ELASTISCHE NACHWIRKUNG IM KRISTALLINISCHEN QUARZ.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT (II. SEKTION)

DER

LUDWIG MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

VORGELEGT AM 5. JUNI 1905

VON

A. JOFFE.

ACAD.
LUGD. BAT.
BIBL.

LEIPZIG,
JOHANN AMBROSIUS BARTH.
1906.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

MEINER MUTTER

GEWIDMET.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552318_0132

Inhalt.

Seite

Einleitung 7
Methode 12
Fehlerquellen 19
Piezoelektrische Quarzplatten 22
a) Nachwirkung 22
b) Elektrische Leitfähigkeit 57
Quarzplatte senkrecht zur Hauptachse 67
Quarzplatte parallel zur Hauptachse 69
Amorphe Körper 72
Zusammenfassung der Ergebnisse 81

Einleitung.

Seit der Entdeckung der elastischen Nachwirkung an Kokonfäden von W. Weber im Jahre 1835 war sie oft Gegenstand eingehender Untersuchungen. Die experimentelle Untersuchung dehnte sich auf andere organische Körper (Kautschuk), Metalle und anorganische Körper (Glas und amorpher Quarz) aus. Es wurden auch Theorien aufgestellt, die sowohl eine mathematische Formulierung der experimentellen Ergebnisse, wie eine physikalische Erklärung des Wesens der elastischen Nachwirkung zu geben erstrebten. Es gelang auch L. Boltzmann[1]), für den Verlauf der Nachwirkung allgemeine Formeln aufzustellen, die durch Beobachtung im wesentlichen bestätigt wurden. Die von E. Riecke[2]) und E. Wiechert[3]) später aus anderen Gesichtspunkten abgeleiteten Formeln lassen sich auf die Boltzmannschen zurückführen. Dagegen weichen die von verschiedenen Forschern gegebenen physikalischen Erklärungen weit auseinander. O. E. Meyer schrieb sie zunächst[4]) der inneren Reibung zu; in einer späteren Abhandlung[5]) suchte er die Nachwirkung aus der Wärmebewegung der Moleküle zu erklären. F. Neesen[6]) machte den Versuch, die elastische Nachwirkung durch Störung der zyklischen Wärmebewegung bei der Deformation zu erklären. Diese beiden Theorien darf man jetzt als widerlegt betrachten.

1) L. Boltzmann, Pogg. Ann. Erg.-Bd. **7.** p. 624—655. 1876.

2) E. Riecke, Wied. Ann. **20.** p. 484—492. 1883.

3) E. Wiechert, Wied. Ann. **50.** p. 335—348 u. 546—570. 1893.

4) O. E. Meyer, Pogg. Ann. **151.** p. 108—119. 1874.

5) O. E. Meyer, Pogg. Ann. **154.** p. 354—360. 1875; Wied. Ann. **4.** p. 249—267. 1878.

6) F. Neesen, Pogg. Ann. **157.** p. 579—595. 1876.

E. Warburg[1]) stellte eine Theorie auf, wonach der Grund der Nachwirkung in einer Drehung der rotierenden Moleküle von nicht kugelförmiger Gestalt liegt. Diese an eine noch von W. Weber[2]) und F. Kohlrausch[3]) ausgesprochene Vorstellung anknüpfende Theorie erklärt in befriedigender Weise das Verhalten der Körper gegen verschiedene Deformationsarten und sogar die von F. Braun gefundene merkwürdige Beziehung zwischen Zug und Torsion. Von G. J. Michaëlis[4] wurde sie weiter mathematisch ausgebildet.

Th. Nissen[5]), dem sich auch N. Hesehus[6]) angeschlossen hat, stellte zur Erklärung der Nachwirkung die Hypothese von der Wechselbeziehung zwischen dem intramolekularen und äußeren Äther auf. Durch Deformation wird das Gleichgewicht gestört und gleicht sich nur langsam aus.

Obwohl die Warburgsche und zum Teil auch die Nissensche Theorie dem Charakter der Nachwirkung im allgemeinen entsprechen, so lassen sie eine wichtige Frage offen, die experimentell in einem ganz bestimmten Sinne gelöst zu sein scheint. Fragen wir nicht nach dem Verlauf der Nachwirkung, sondern nach ihrem Betrag bei verschiedenen Körpern, so würde die Warburgsche Theorie nur Kristalle mit parallel gerichteten Molekülen und solche amorphe Körper, deren Moleküle ein nahezu kugelförmiges Trägheitsellipsoid besitzen, als nachwirkungsfrei aussondern; andere Körper müßten um so größere Nachwirkung besitzen, je größer die Polarität der Moleküle ist. Die Nissensche — würde die Nachwirkung in Beziehung zu dem Ausdehnungskoeffizienten und der Dielektrizitätskonstante setzen. Die Beobachtung lehrt dagegen, daß die Nachwirkung wesentlich von der Homo-

---

1) E. Warburg, Wied. Ann. **4.** p. 232—249. 1878.

2) W. Weber, Pogg. Ann. **34.** p. 247—257. 1835; **54.** p. 1 bis 18. 1841.

3) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **119.** p. 337—368. 1863.

4) G. J. Michaëlis, Wied. Ann. **17.** p. 726—736. 1882; **42.** p. 674 bis 680. 1891.

5) Theodor Nissen, Zur Kenntnis der elastischen Nachwirkung. Diss. Bonn. 1880.

6) N. Hesehus, Elastische Nachwirkung und andere ähnliche physikalische Erscheinungen. Diss. St. Petersburg. 1882.

genität des Körpers abhängt. Sie ist am größten bei den inhomogenen organischen Körpern, kleiner im inhomogenen Glas, in Metallen und Legierungen und noch viel kleiner in einigermaßen homogenen Gläsern[1]) und besonders in Fäden aus amorphem Quarz.[2])

J. Maxwell[3]) hat zuerst die Nachwirkung auf eine Inhomogenität des Körpers zurückgeführt und eine zwar kurz gefaßte, aber physikalisch befriedigende Erklärung des Auftretens der Nachwirkung bei verschiedenen Körpern gegeben. Seine Anschauung wurde von J. G. Butcher[4]), J. J. Thomson[5]) und E. Wiechert[6]) mathematisch formuliert und von C. Barus[7]) weiter ausgebildet, experimentell begründet und in eine Beziehung zu der Clausiusschen Dissoziationstheorie gesetzt. (Diese Beziehung wird auch durch die Beobachtungen von J. Klemenčič[8]) und E. Wiechert[6]) über den Einfluß der voraufgegangenen Erhitzung auf die Nachwirkung im Glas nahe gelegt.)

Eine andere von der Inhomogenität ausgehende Theorie der Nachwirkung wurde neuerdings von Ch. Gulliaume[9]) gegeben. Sie weicht von der Maxwellschen insofern ab, als statt der Zähigkeit der zerrissenen Molekülkomplexe ihre chemische Umwandlung angenommen wird.

Es entsteht die Frage, ob die Nachwirkung nicht durch die Inhomogenität allein verursacht wird, ob auch vollkommen

1) G. Weidmann, Wied. Ann. **29.** p. 214—249. 1886.

2) R. Threlfall, Phil. Mag. (5) **30.** p. 99—116. 1890; Everh. Bouwman, Inaug.-Diss. Groningen. 1899; G. J. Barnett, Phys. Rev. **6**. 1898.

3) James Clark Maxwell, The Scientific papers. Vol. II. p. 616 bis 624. Cambridge 1890.

4) J. G. Butcher, Proc. Lond. Math. Soc. VIII. 1878; Beibl. 2. p. 625—632. 1878.

5) J. J. Thomson, Anwendung der Dynamik auf Physik und Chemie. p. 154—168. Leipzig 1890.

6) E. Wiechert, Wied. Ann. **50.** p. 335—348 u. 546—570. 1893.

7) C. Barus, Phil. Mag. (5) **26.** p. 183—217. 1888.

8) J. Klemenčič, Sitz.-Ber. der k. Akad. der Wissensch. zu Wien. **78.** 1878.

9) Ch.-Ed. Guillaume, Les déformations passagère des solides. Rapports présentés au Congrès International de Physique. T. I. p. 432 bis 448. Paris 1900.

homogene Körper eine elastische Nachwirkung besitzen. Auch die chemisch reinsten Körper und elektrolytisch ausgeschiedenen Metalle sind aber im physikalischen Sinne keine homogenen Körper, sondern nur Kristallaggregate oder „unterkühlte Flüssigkeiten“ mit einer ungeordneten Molekularstruktur.

Kristalle sind die einzigen festen Körper, die den Homogenitätsforderungen in gewissem Maße genügen. Die weitgehende, schon von R. Kohlrausch[1]) hervorgehobene Analogie zwischen der elastischen Nachwirkung und dem elektrischen Rückstand der Isolatoren läßt erwarten, daß so wie der Rückstand auch die Nachwirkung in Kristallen sehr klein ist. Außerdem sind Kristalle auch die einzigen Körper, über deren Molekularstruktur bestimmte Aussagen gemacht werden können. Aus der elastischen Nachwirkung in verschiedenen kristallographischen Richtungen könnten Schlüsse gezogen werden über den Zusammenhang mit den Elastizitätskonstanten in diesen Richtungen und daraus könnte man über die Frage Aufschluß gewinnen, ob die „elastische“ Nachwirkung eine elastische Erscheinung ist.

Eine Untersuchung der elastischen Nachwirkung in Kristallen habe ich auf Veranlassung von Hrn. Geheimrat Prof. W. C. Röntgen unternommen, dem ich für seine Anregung, seine fördernden Ratschläge und Unterstützung bei Durchführung der vorliegenden Arbeit meinen herzlichen Dank ausspreche.

J. H. Pointing und J. J. Thomson[2]) sprechen die bestimmte Ansicht aus, daß die Nachwirkung in Kristallen, wenn überhaupt vorhanden, nur sehr klein ist. Doch ist mir keine systematische Untersuchung über diesen Gegenstand bekannt geworden. Aus den zahlreichen experimentellen Arbeiten von W. Voigt über die Elastizitätsverhältnisse der Kristalle folgt, daß die Nachwirkung nicht groß sein kann. Seine Versuchsanordnung, die den Einfluß der Nachwirkung in verschiedenen Teilen des Apparates auf die Deformation

---

1) R. Kohlrausch, Pogg. Ann. **91.** p. 191—197. 1854.

2) J. H. Pointing and J. J. Thomson, A Text-book of Physics. Properties of Matter. p. 57. London 1903.

zuläßt, erlaubt keine näheren Schlüsse über die Größe der eventuell auftretenden elastischen Nachwirkung der Kristalle selbst. Eine bestimmte, wenn auch kleine Nachwirkung wurde im Steinsalz[1]) konstatiert. Dieses Ergebnis ist aber nicht einwandfrei. Erstens wurde die Nachwirkung als eine Begleiterscheinung einer plastischen Deformation festgestellt, während für die elastische Nachwirkung im Gegensatz zur dauernden Deformation charakteristisch ist, daß sie auch innerhalb der Elastizitätsgrenze auftritt. Dann war auch die Deformation inhomogen (Biegung und Torsion), so daß der Kristall zum Teil dauernd, zum Teil bloß elastisch deformiert war. Außerdem läßt der Umstand, daß die Schneiden in das weiche Steinsalz eindrangen, daß seine Oberfläche nicht rein und poliert war und daß eine die Beobachtungsfehler überschreitende Nachwirkung nur bei heftigen Erschütterungen beobachtet wurde, die Möglichkeit offen, daß die Nachwirkung durch unvollkommenes Gleiten an den Lagern verursacht war. Auch die etwas größere Torsionsnachwirkung könnte durch die Art der Befestigung (Messingrahmen) bedingt sein.

Eine überaus große elastische Nachwirkung (bis zu 100 Proz. der Deformation) hat K. R. Koch[2]) am Eis gefunden. Auch hier tritt die Nachwirkung neben einer dauernden Deformation auf und bei einer inhomogenen Deformation. Untersuchungen über dauernde Deformation des Eises haben aber seitdem gezeigt[3]), daß diese Kristalle bei der Biegung ihre einheitliche Struktur verlieren und durch Gleiten in eine Anzahl parallel zu sich selbst verschobener Schichten zerfallen.

In beiden Fällen haben wir mit Kristallen zu tun, die durch inhomogene plastische Deformation ihre Homogenität verloren haben, und mit einer Nachwirkung, die nicht mehr elastisch ist.

Als Versuchsobjekt für die vorliegende Untersuchung

1) W. Voigt, Untersuchung der Elastizitätsverhältnisse des Steinsalzes. Diss. Königsberg i/Pr. 1874. VI. Abschn. Pogg. Ann. Erg.-Bd. **7**. p. 1—53 u. 177—215. 1876.

2) K. R. Koch, Wied. Ann. **25**. p. 438—450. 1885.

3) A. v. Obermayer, Sitz.-Ber. der k. Akad. der Wissensch. zu Wien. **113**. IV. Heft. p. 511—566. 1904; James C. McConnel, Naturw. Rundsch. VI. p. 49. 1891; O. Mügge, Naturw. Rundsch. XI. p. 370. 1896.

wurde Quarz gewählt. Er ist fast vollkommen spröde, seine Elastizitäts- und Festigkeitsgrenze fallen zusammen, deshalb ist jede Deformation elastisch. Seine große Festigkeit und Härte erhöhen die erreichbare Genauigkeit. Außerdem ist er in nötiger Reinheit und Größe zu erhalten und bekommt nicht leicht Sprünge. Seine Eigenschaften sind in jeder anderen Richtung eingehend untersucht worden, so daß Quarz gewissermaßen ein Normalkörper geworden ist.

Methode.

Die elastische Nachwirkung im Quarz wurde auf zwei verschiedenen Wegen untersucht: 1. auf einem indirekten, durch Messung der durch Nachwirkung erzeugten Piezoelektrizität, und 2. durch direkte Beobachtung der Deformationsnachwirkung nach einer Biegung.

1. Die erste Methode besitzt den großen Vorzug, daß die Nachwirkung nach einer homogenen Deformation (Zug oder Druck) gemessen werden kann. Wegen der dabei aufgetretenen Fehlerquellen führte sie aber zu keinem befriedigenden Resultate. Die Untersuchung wurde mit dem von J. und P. Curie [1]) konstruierten „Quartz piézo-electrique“ ausgeführt. Den Hauptbestandteil des Apparates bildet eine ca. 100 mm lange, 20 mm breite und 0,7 mm dicke Quarzlamelle; ihre kristallographische Hauptachse fällt in die Breitenrichtung, eine der Nebenachsen (elektrische Achse) in die Dickenrichtung, während die Längsrichtung eine „Achse fehlender Piezoelektrizität“ ist. Die breiten Flächen sind mit Stanniolbelegungen versehen, aus welchen nahe den Enden ca. 0,5 mm breite Steifen ausgeschnitten sind, die den mittleren 84 mm langen Teil von den in metallische Fassungen eingekitteten Enden isolieren. Durch eine der Fassungen wird die Platte an ein Gestell angehängt, die andere trägt eine Schale mit Gewicht, die mittels eines Hebels arretiert wird. Die beiden isolierten Stanniolbelegungen sind durch schwach anliegende Messingfedern mit zwei Kontakten verbunden. Bei der gewöhnlichen Gebrauchs-

1) J. Curie, Ann. de chim. et phys. **17.** p. 392—398, 1889; J. et P. Curie, Compt. rend. **91.** p. 294 u. 383. 1880.; Journ. de phys. II. Serie 1. p. 245—251. 1882.

weise des Apparates sind die beiden Fassungen, sowie eine der Federn zu Erde abgeleitet, während die andere zu einem Elektrometer führt. Wird die Quarzplatte durch ein angehängtes Gewicht gedehnt, so entsteht an der Belegung eine dem Gewichte proportionale Elektrizitätsmenge, die durch das am Elektrometer abgelesene Potential und die Kapazität des Systems gemessen wird. Für den vorliegenden Zweck wurde der Apparat in der Weise abgeändert, daß während der Belastung und Entlastung der Platte auch die zweite Feder mit der Erde verbunden war, gleich darauf aber ($^1/_4$ bis $^1/_2$ Sek.) die Verbindung aufgehoben und an die Feder ein empfindliches Elektrometer angeschaltet wurde.

Da die unmittelbar durch Deformation erzeugte Piezoelektrizität im Moment der Entstehung von den Belegungen entfernt war, müßte man die nachträglich am Elektrometer erscheinende Ladung einer Deformationsnachwirkung zuschreiben. Entsteht auf der Belegung keine Elektrizität mehr, so kann man auf das Fehlen einer Nachwirkung nur unter der Voraussetzung schließen, daß die Piezoelektrizität eine Folge der Deformation und nicht Spannung ist, da die letztere konstant gehalten wird. Der Versuch ergab eine kontinuierliche Ladung der isolierten Belegung nach jeder Deformation; diese Ladung kann aber auch einer anderen Ursache zugeschrieben werden: Die während einer Deformation entstehende Elektrizität wird von den Belegungen entfernt, bleibt aber auf den isolierenden Spalten bestehen und breitet sich dann langsam auf die Belegungen aus. Der Größenordnung nach stimmte diese Ladung mit der beobachteten überein. Um die Elektrizität auch von den Spalten zu entfernen, wurden sie kurz nach einer Deformation Radiumstrahlen ausgesetzt. Daraufhin verschwand die kontinuierliche Ladung des Elektrometers fast vollständig; doch könnte auch die durch Zutritt der feuchten Zimmerluft herabgesetzte Isolationsfähigkeit der Spalten dazu beigetragen haben: für die Bestrahlung wurde das die Platte umgebende Gehäuse mit getrockneter Luft geöffnet.

Das Ergebnis dieser Vorversuche war, daß die Nachwirkungselektrizität mit großer Wahrscheinlichkeit kleiner als 0,001 der Deformationselektrizität ist. Unter der gemachten Voraussetzung heißt dies, daß die Nachwirkung in der ent-

sprechenden kristallographischen Richtung 0,001 der Deformation nicht übersteigt.

2. Auch abgesehen davon, daß der piezoelektrischen Methode hypothetische Voraussetzungen zugrunde liegen, ist ihre Anwendung auf eine ganz bestimmte Gattung der Quarzplatten mit der angegebenen kristallographischen Orientierung beschränkt. Die Untersuchung wurde deshalb nach einer

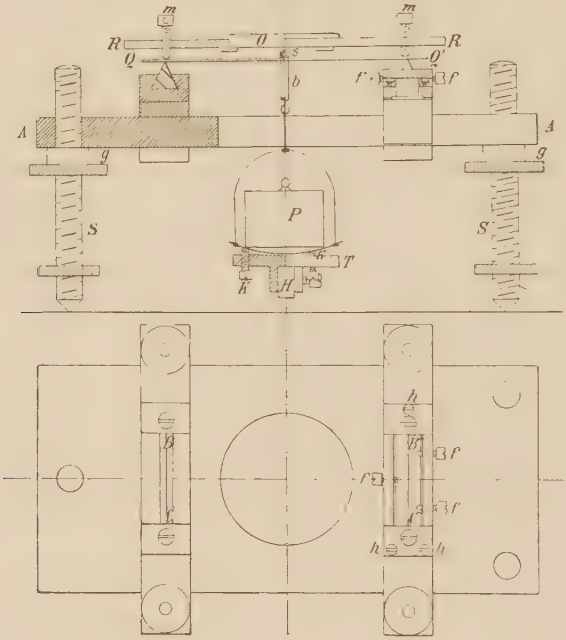

Fig. 1.

anderen, allgemeineren Methode ausgeführt und auf verschiedene kristallographische Richtungen ausgedehnt. Eine auf zwei Schneiden aufliegende Quarzplatte wurde in der Mitte belastet und die Änderung des so entstandenen Biegungspfeiles beobachtet mittels der durch Reflexion an der Quarzplatte und einer auf ihr stehenden Glasplatte erzeugten Interferenzstreifen.

Der Biegungsapparat (Fig. 1) bestand aus einer auf drei Füßen S stehenden, in der Mitte durchlöcherten Messingplatte $A\,A'$, die zur Befestigung der stählernen Lagerschneiden $B\,C$ und $B'\,C'$ dient. Die Parallelität der Schneidenkanten wird durch kleine

Drehung um eine vertikale Achse mittels der Schrauben f und eine horizontale mittels h ermöglicht. Mittels der mit Gegenmuttern G versehenen Schrauben S' wird die auf den Schneiden liegende Quarzplatte $Q\,Q'$ horizontal eingestellt.

Auf die Platte kommt eine 2 mm hohe Stahlschneide s zu liegen, die einen Bügel b mit einem Häkchen trägt. Auf dem Häkchen hängt mittels einer Öse die ein Gewicht P tragende Schale. Die Arretierung geschieht durch das Tischchen T, das die Schale durch drei Schrauben k aufnimmt; der Bügel b bleibt dabei frei hängen. Das Tischchen ist auf dem kurzen Arm eines Hebels H befestigt, der am anderen Ende durch eine exzentrische Scheibe oder eine flachgewundene Schraube bewegt werden kann. Das Verhältnis der Hebelarme ist je nach der Stellung des Tischchens 1 : 4 bis 1 : 10.

Drei mikrometrische Schrauben m, die ca. 0,5 mm nach innen (oder außen) gegenüber den Schneiden auf der Quarzplatte stehen, tragen einen Alumanrahmen R mit der Glasplatte O. Sie besitzt eine Reihe von Ritzen, deren Schnittpunkt mit einem Okularfaden als eine feste Marke im Gesichtsfeld des Beobachtungsapparates diente. Der Rahmen kann für Platten verschiedener Länge verwendet werden, indem für die Stellschrauben statt 3, 9 Löcher gebohrt wurden.[1])

Als Beobachtungsapparat wurde der Interferenzmeßapparat von C. Pulfrich[2]) benutzt. Da die Beobachtung bei monochromatischem Na-Licht ausgeführt wurde, konnte das geradsichtige Amiciprisma ausgelassen werden.

Der Interferenzmessapparat und die Arretierungsvorrichtung befanden sich auf einem 80 cm hohen Sandstein; der Biegungsapparat auf einem anderen 60 cm hohen Stein. Beide standen auf einem gemeinsamen Fundamentstein. Trotzdem wirkten Erschütterungen, besonders auf eine belastete Platte, noch so störend, daß die meisten Beobachtungen in den Nachtstunden ausgeführt werden mußten.

Sehr wichtig für die Zuverlässigkeit der Resultate ist

1) Der beschriebene Apparat ist im wesentlichen eine Kombination der von E. Warburg und K. R. Koch, Wied. Ann. 5. p. 251—265. 1878 und 18. p. 325—345. 1883 und R. Straubel, Wied. Ann. 68. p. 369—413. 1899, benutzten Anordnungen.

2) C. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 261—267. 1898.

eine genaue Justierung der Anordnung. Das im folgenden beschriebene Verfahren erwies sich als vollkommen ausreichend.

Biegungsapparat. Zuerst wurde der Parallelismus der Lagerschneiden geprüft. Eine berußte Metallplatte war mit einer Einkerbung versehen, die auf eine der Schneiden eingestellt war; die andere hinterließ auf der Platte eine Spur. Wird die Platte an einer anderen Stelle der Schneiden aufgelegt, so entstehen zwei getrennte Striche, falls die Schneiden nicht parallel sind. Oder man stellt den Schnitt auf die andere Schneide ein, dann zeichnet die erste einen Strich, der mit dem früheren einen Winkel bildet. Nachdem der Parallelismus erreicht war, wurde das gute Aufliegen der Quarzplatte auf den Schneiden erzielt. Es kommt dabei nicht darauf an, daß die Schneidenkanten in einer Ebene liegen, sondern daß sie an die vielleicht nicht ganz ebene Platte angepaßt sind. Ein sehr empfindliches Merkmal für schlechtes Anliegen ist das klirrende Geräusch, das beim Anklopfen der Platte gegenüber an den Stellen, wo sie auf den Schneiden aufliegt, entsteht. Endlich wurden noch die Schneidenkanten horizontal gestellt.

Belastungsvorrichtung. Auf die Lagerschneiden wurde ein Maßstab aufgelegt; auf den Teilstrich, der in der Mitte zwischen den Schneiden lag, wurde ein Faden im Okular eingestellt. Mit diesem Faden muß das Bild der Belastungsschneide zusammenfallen. Dann wurden die drei Schrauben des Arretierungstischchens so justiert, daß sie die Schale gleichzeitig berühren und sie von dem Belastungsbügel trennen ohne ihr dabei einen seitlichen Stoß zu erteilen.

Interferenz. Nachdem der Interferenzmeßapparat auf die Platte eingestellt war, wurde die Stellung der Deckplatte justiert. Die beiden reflektierenden Flächen müssen möglichst parallel und in einem nicht zu großen Abstand voneinander sich befinden, doch so, daß die Streifensysteme der beiden *D*-Linien koinzidieren, damit die Interferenzstreifen im großen Abstand voneinander und zugleich scharf erscheinen. Um die Reflexion auf der unteren Seite der Quarzplatte zu verhindern, wurde die entsprechende Stelle mit einem Rußfleck versehen.

Die im Beobachtungsapparat sichtbaren Interferenzstreifen entstehen an den Grenzen der Luftschicht zwischen der Quarz- und der Deckplatte. Biegt man die Quarzplatte, so wächst

die Dicke dieser Schicht und die Streifen beginnen im Gesichtsfeld zu wandern. Die Anzahl der an einer festen Marke vorbeigewanderten Streifen gibt den Biegungspfeil in $^1/_2$ Wellenlängen des angewandten Lichtes. Durch Interpolation werden die geschätzten Zehntel des Streifenabstandes auf den Biegungspfeil übertragen, was gestattet ist, wenn die Krümmung an der entsprechenden Stelle nur unbedeutend ist und die Streifenabstände rechts und links von der Marke wenig verschieden sind.

Auf diese Weise kann der Biegungspfeil bei einer genügend langsamen Belastung gemessen werden; die Resultate stimmten in einigen Probefällen mit den nach Angaben von W. Voigt berechneten genügend gut überein; die Beobachtung ist aber sehr anstrengend. Für den vorliegenden Zweck ist eine genaue Bestimmung des Biegungspfeiles auch gar nicht nötig und beabsichtigt. Im folgenden sind deshalb die nach W. Voigt[1]) berechneten Werte für den Biegungspfeil zugrunde gelegt; auf das Abzählen der Streifen wurde verzichtet.

Die Platte wurde rasch (ca. 0,5—1 Sek.) belastet oder entlastet und die dann noch folgende Streifenverschiebung beobachtet, indem die Stellung der Streifen gegen eine feste Marke in bestimmten Zeitintervallen notiert wurde. In den Tabellen sind neben diesen Stellungen auch die durch Differenzbildung daraus entnommene Nachwirkung für einige Zeitintervalle angegeben.

Der Prozeß des Anhängens bez. des Entfernens der Belastung begann kurz vor dem Schlag eines Sekundenschlägers und endete kurz danach; dieser Schlag wurde als Nullpunkt der Zeit festgesetzt. In der ersten Zeit nach der Deformation, wo die Nachwirkung schnell verläuft, konnte der Zeitpunkt in dem ein Streifen die Marke passiert mit einer Genauigkeit von 0,2 Sek. gemessen werden.

Die Methode hat vom theoretischen Standpunkt den Nachteil, daß die Untersuchung an eine doppelt inhomogene Deformation, die ungleichförmige Biegung, geknüpft wird. Eine homogene Deformation (Zug oder Druck) konnte aber wegen der Kleinheit der zu messenden Größen nicht verwendet werden.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **31.** p. 474—501 u. 701—724. 1887.

Für eine gleichförmige Biegung läßt sich keine Anordnung finden, bei der die Beobachtungsfehler so klein wären, wie es für den vorliegenden Zweck nötig erscheint. Auch Torsion, bei der die für Nachwirkung allein wichtige Verschiebungselastizität rein in die Erscheinung tritt, mußte wegen der Schwierigkeit, geeignete Präparate herzustellen, verworfen werden. So lange aber die Elastizitätsgrenze an keiner Stelle überschritten ist, und soweit die Nachwirkung an jeder Stelle proportional der dort herrschenden Spannung gesetzt werden darf, gibt auch die ungleichförmige Biegung ein vollständiges Bild der Nachwirkungserscheinung. Hängt dagegen die Nachwirkung in einem Volumenelement auch von der Deformation der Nachbargebiete ab, wie es die Äthertheorie[1]) der Nachwirkung verlangt, oder wie es bei Leitungsvorgängen der Fall ist, so kann die Biegung nur ein verzerrtes Bild der wirklichen Vorgänge geben. Es zeigte sich nun im Verlauf der Untersuchung, daß Leitungsvorgänge tatsächlich eine wichtige Rolle spielten; es handelt sich aber dann nicht mehr um rein elastische Nachwirkung, die den Gegenstand dieser Untersuchung bilden sollte.

Die angewendete Methode erlaubt dagegen die Fehlergrenze so weit herabzudrücken, daß eine Nachwirkung von 0,00003 mm = 0,1 Streifen noch festgestellt werden kann. Um die Empfindlichkeit zu steigern, muß man den Biegungspfeil zu vergrößern suchen, ohne das Material zu stark zu beanspruchen.

Der Biegungspfeil wird nach der Formel bestimmt:

$$\eta = \frac{P L^3}{4 B D^3} E,$$

wo P das Belastungsgewicht, L den Abstand zwischen den Lagerschneiden, B die Breite, D die Dicke der Platte, E den Elastizitätsmodul bezeichnen, während die größte dabei auftretende Spannung

$$p = \frac{6 P L}{4 B D^2}.$$

1) Theodor Nissen, Zur Kenntnis der elastischen Nachwirkung. Diss. Bonn 1880; N. Heschus, Elastische Nachwirkungen und ähnliche physikalische Erscheinungen. Diss. St. Petersburg 1882.

Das für die erreichbare Empfindlichkeit maßgebende Verhältnis ist:

$$\frac{\eta}{p} = \frac{L^2}{6\,D} E,$$

d. h. die Platte muß möglichst lang und dünn sein.

Bei der untersuchten Quarzplatte wurde ein Biegungspfeil von 800—3200 Streifen erhalten; dabei erreichten die größten Spannungen noch nicht $^1/_5$ der Festigkeitsgrenze. Im günstigsten Fall war die Empfindlichkeit der Methode 0,00003 der Deformation.

Fehlerquellen.

Die angewendete Methode besitzt den wesentlichen Vorteil, daß eine der unangenehmsten Fehlerquellen, die bei der Messung des Biegungspfeiles auftreten — eine Abplattung der Schneiden und eine damit verbundene, von der Biegung unabhängige Senkung der ganzen Platte — hier gar nicht in Betracht kommt. Die Methode mißt nur die Senkung der Mitte der gebogenen Platte gegen die Punkte in der Nähe der Schneiden, wo die Deckplattenschrauben stehen; eine Parallelverschiebung der Platte hat auf die Messung keinen Einfluß. Eine für die beiden Lagerschneiden verschiedene Senkung könnte zwar durch Neigung der reflektierenden Flächen gegen die Richtung des auffallenden Lichtes eine Verschiebung der Streifen erzeugen; damit diese Verschiebung 0,1 Streifen erreicht, muß die Differenz der Senkungen beider Enden 0,3 mm betragen, was nicht nur für die Nachwirkung, sondern auch für die Deformation selbst ausgeschlossen ist.

Den weitaus größten Fehler könnte ein unvollständiges Gleiten der Platte auf den Lagerschneiden verursachen. Bei einer Biegung wächst die Länge des zwischen den Schneiden enthaltenen Teiles der Platte. Zum Teil wird sie durch eine Ausdehnung der unteren Schichten der Platte kompensiert, es bleibt noch ein großer Teil übrig, der durch die Krümmung der Platte bedingt ist; um diesen Betrag muß die Platte gleiten. Würde das Gleiten vollständig verhindert, so entstünde an den Schneiden eine tangentiale Reaktionskraft, die den Biegungspfeil vermindert. Für eine der untersuchten

Quarzplatten bei 10 cm Schneidenabstand und 100 g Belastung berechnet sich diese Kraft zu 3,6 kg; der Biegungspfeil wird auf 0,46 seines Wertes reduziert. Kann die Platte auf den Schneiden gleiten, erfährt aber dabei einen Reibungswiderstand, so ist die tangentiale Kraft und ihr Einfluß auf den Biegungspfeil entsprechend kleiner; er kann aber immer noch einige Prozent erreichen. Die Reibung an gut polierten Stahlschneiden ist besonders für den harten und gut polierten Quarz nur minimal. Da sie von der an den Schneiden wirkenden normalen Reaktionskraft abhängt, so wird sie bei der Entlastung noch viel kleiner sein. Außerdem geschieht die Entlastung so rasch, daß sie die Platte in Schwingungen versetzt; dadurch wird die Wirkung der Reibung aufgehoben. Sollte noch eine Reibungskraft bestehen, so müßten die Streifen durch jede kleine Erschütterung verschoben werden. Bei nicht zu heftigen Erschütterungen verschwanden zwar die Streifen solange die Platte schwingt, kehren aber dann genau in dieselbe Stellung wieder zurück. Bei Verwendung mit einiger Reibung behafteter Achatschneiden zeigte sich eine Streifenverschiebung bei einer Platte, die sich auf Stahlschneiden als nachwirkungsfrei erwies. Bei jeder Erschütterung erschienen aber die Streifen gegen die frühere Lage etwas verschoben. Eine Glasplatte mit sehr kleiner Nachwirkung zeigte sogar eine kontinuierliche Streifenverschiebung von fast 1 % der Deformation, als sie durch erstarrtes Öl mit den Schneiden in einer zähen Verbindung stand. Ein gutes Merkmal für diese Art von Fehlerquellen ist der Einfluß der Erschütterungen.

Ein weiterer Fehler könnte durch Reibung der Deckplattenschrauben entstehen, wenn sie nicht genügend fest in der Mutter sitzen. Bei einer Biegung werden sie von der Platte mitgenommen und schief gestellt. Es läßt sich zeigen, daß der Fehler jedenfalls kleiner als 0,1 Streifen wäre.

Endlich könnte eine Deformation der Belastungsschneide, die ja nicht nachwirkungsfrei ist, eine andere Verteilung der Drucke im Querschnitt erzeugen und so auf die Deformation der Quarzplatte einwirken. Diese Fehlerquelle ist aber bei einer Entlastungsnachwirkung vermieden.

Die bisher diskutierten mechanischen Fehler können für die Entlastungsnachwirkung somit wesentlich unter 0,1 Streifen

heruntergedrückt werden. Eine zweite Art der möglichen Fehler wird durch termische Einflüsse bewirkt.

Wir wollen zuerst den Fall betrachten, daß die Zimmertemperatur während des Versuches um 1° C. steigt. Dadurch wird erstens der Abstand der Schneiden, da der Apparat aus Messing besteht, um 0,000019 seiner Größe verändert; der Biegungspfeil wächst dabei um das Dreifache dieser Differenz: $\eta_1 = 0{,}000057\,\eta$, oder für $\eta = 3000$ Streifen um $\eta_1 = +\,0{,}17$ Streifen. Zweitens wachsen die Dimensionen der Quarzplatte, wodurch der Biegungspfeil z. B. für eine $\parallel$ zur Hauptachse orientierte Platte um $\eta_2 = (740 + 3.1420).10^{-8}\eta = 5.10^{-5}\,\eta$ vermindert wird; für $\eta = 3000$ ist $\eta_2 = -\,0{,}15$ Streifen. Bei der Belastung kompensieren sich die beiden Fehler, bei einer entlasteten Platte treten sie gar nicht auf. Dann kommt eine Ausdehnung der Schrauben der Deckplatte in Betracht; bei einer Schraubenlänge von 3 mm ist $\eta_3 = 3.0{,}000012 = 0{,}000.036$ mm $= -\,0{,}12$ Streifen. Endlich wird der Brechungsexponent der Luft vermindert und folglich auch die Anzahl der Wellenlängen für denselben Abstand beider Platten. Die Entlastungsnachwirkung wächst um $\eta_4 = +\,0{,}02$ Streifen. Somit würde ein Grad Temperaturerhöhung einen Fehler von $-\,0{,}10$ Streifen verursachen. Es gelingt aber leicht die Temperaturschwankungen innerhalb 0,2° C. zu halten, dann ist der Fehler kleiner als 0,02 Streifen.

Einen viel größeren Einfluß hätte eine ungleichförmige Erwärmung und Ausdehnung verschiedener Schichten der Quarzplatte. Besteht zwischen beiden Oberflächen eine Temperaturdifferenz von 0,01° C. so entspricht sie schon einem Pfeil von 1,2 Streifen. Eine zufällige Temperaturänderung auf einer Seite wird sich sofort durch Leitung ausgleichen; strömt aber dauernd Wärme in derselben Richtung, so kann sich ein stationäres Temperaturgefälle herstellen, das einen großen Fehler bewirken würde. Aus diesem Grunde war jede Änderung der termischen Verhältnisse in der Nähe der Platte, jeder ab- oder aufsteigende Luftstrom nach Möglichkeit vermieden, indem die Anordnung durch eine Hülle geschützt und das Zimmer einige Tage bei konstanter Temperatur gehalten wurde. Als Kontrolle wurde eine unbelastete Platte längere Zeit beobachtet; die Abweichungen lagen innerhalb 0,1 Streifen.

Piezoelektrische Quarzplatten.

a) Nachwirkung.

Zuerst wurde eine Quarzplatte von der p. 12 beschriebenen kristallographischen Orientierung aus dem Curieschen piezoelektrischen Apparat auf Nachwirkung untersucht. Die Platte war optisch und elektrisch homogen. Abgesehen von rauh gelassenen Enden sind die Begrenzungsflächen gut poliert und eben, aber nicht parallel: sie bilden einen Keil mit einer der Längsrichtung parallelen Kante. Im Interferenzapparat erscheint die Platte von ca. 30 parallelen Linien durchzogen, was einer Dickendifferenz von 0,01 mm entspricht. Der polierte Teil ist 92 mm lang, 20,5 mm breit und 0,71—0,72 mm dick. Für den Biegungspfeil η_1 bekommt man, wenn, wie es bei den meisten Versuchen der Fall war, der Abstand der Lagerschneiden $L = 81$ mm, die Belastung $P = 100 + 7{,}1 = 107{,}1$ g und der Elastizitätsmodul $E = 12{,}7 \cdot 10^{-8}$ gesetzt wird

$$\eta_1 = E \frac{P L^3}{4 B D^3} = 12{,}7 \frac{107{,}1 \cdot 81^3}{4 \cdot 20{,}5 \cdot 0{,}716^3} \cdot 10^{-8} = 0{,}235 \text{ mm}$$

gleich ca. **800** Halbwellen des Natriumlichtes.

Die zweite Quarzplatte dieser Gattung war ebenso homogen, gut geschliffen und fast planparallel; sie ist 85,5 mm lang, 20,5 mm breit und 0,625 mm dick. Der Biegungspfeil η_2 für gleiche L, P und E berechnet sich zu:

$$\eta_2 = 12{,}73 \frac{107{,}1 \cdot 81^3}{4 \cdot 20{,}5 \cdot 0{,}625^3} \cdot 10^{-8} = 0{,}365 \text{ mm}$$

gleich ca. **1250** Halbwellen des Natriumlichtes.

Es wurden auch einige Beobachtungen an einer dritten, dieser Gattung angehörigen Quarzplatte vorgenommen, die sich von der zweiten nur durch eine größere Länge — 89,5 mm unterscheidet; ihre Dicke ist 0,63 mm und der Biegungspfeil η_3

η_3 = ca. **1200** Halbwellen der D-Linie.

Die drei genannten Quarzplatten sind von der „Société centrale de produits chimiques“ in Paris bezogen und sollen im folgenden als *„Piezoelektrische Platte I, II und III“* bezeichnet werden.

Bei den vorläufigen Versuchen mit der Platte I wurde zur Aufnahme der Belastung anstatt der Belastungsschneide mit Bügel ein Häckchen verwendet, das mittels eines 12 mm langen und 2 mm breiten Messingstreifens mit Siegellack an die Platte angekittet war. Es wurde eine kontinuierlich verlaufende Nachwirkung von der Größenordnung der des Glases (ca. 1,5 % der Deformation) beobachtet, die aber, wie sich herausstellte, durch die Siegellackschicht bedingt war. Bei der Biegung verhinderte der Streifen die vollständige Ausbildung der Deformation der Quarzplatte; mit dem Nachgeben der gespannten Siegellackschicht wuchs in demselben Maße die Deformation. Bei Besprechung der Nachwirkung der amorphen Körper werden einige dieser Beobachtungen mitgeteilt.

Nach Ausschließung dieser Fehlerquelle konnte eine Nachwirkung an der ersten Quarzplatte nicht mehr gemessen werden. Die beiden anderen zeigten aber eine, wenn auch sehr kleine Nachwirkung von 0,4 Halbwellen in den ersten 10 Minuten bei 1200 Halbwellen primärer Deformation, was ca. 0,0004 der Deformation entspricht. Diese Nachwirkung übersteigt die möglichen Beobachtungsfehler; bevor wir sie aber als die gesuchte elastische Nachwirkung anerkennen, müssen wir noch einen Umstand in Betracht ziehen, der auch zu einer scheinbaren elastischen Nachwirkung führt.

Bekanntlich wird eine Deformation von einer Reihe anderer Vorgänge begleitet, die nach dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie die Deformation zu vermindern suchen; vor allem kämen elastische Temperaturänderungen und Änderungen der elektrischen Momente in Betracht. Das Auftreten dieser Vorgänge bedingt eine Abweichung von der elastischen Deformation, die im ersten Moment durch die adiabatische ersetzt wird. Diese berechnet sich aus dem Ausdruck für die freie Energie des Körpers in derselben Weise, wie die erste aus dem rein elastischen Potiental. Die genannten Vorgänge sind aber solcher Art, daß sie nicht dauernd bestehen können; sowohl die thermischen wie die elektrischen Potentialdifferenzen gleichen sich durch Leitung allmählich aus und zugleich geht die Deformation in die notwendig größere, rein elastische über. Dieser sich in der Zeit abspielende

Vorgang hat mit der elastischen Deformation viel ähnliches, darf aber mit ihr nicht verwechselt werden. Die freie Energie kann für ein kristallinisches Medium bei Berücksichtigung der thermoelastischen und piezoelektrischen Vorgänge, die für Quarz allein in Frage kommen, in folgender Form geschrieben werden[1]):

$$\Phi = \varphi + f_d - \tfrac{1}{2} r\, T^2 - T(q_1 x_x + \ldots + q_6 x_y) - X(\varepsilon_{11} x_x + \ldots + \varepsilon_{16} x_y) - Y(\varepsilon_{21} x_x + \ldots + \varepsilon_{26} x_y) - Z(\varepsilon_{31} x_x + \ldots + \varepsilon_{36} x_y),$$

wo φ das rein elastische Potential die Form hat

$$\begin{aligned} 2\varphi = {} & c_{11} x_x^2 + 2 c_{12} x_x y_y + \ldots + 2 c_{16} x_x x_y \\ & + c_{22} y_y^2 + 2 c_{23} y_y z_z + \ldots + 2 c_{26} y_y x_y \\ & + c_{33} z_z^2 + 2 c_{34} z_z y_y + \ldots + 2 c_{36} z_z x_y + \ldots \end{aligned}$$

Die adiabatischen Drucke folgen daraus:

$$\Xi_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_x} \cdots$$

$$\text{(I)} \qquad \begin{cases} \Xi_x = X_x + q_1 T + \varepsilon_{11} X + \varepsilon_{21} Y + \varepsilon_{31} Z \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Xi_y = X_y + q_1 T + \varepsilon_{16} X + \varepsilon_{26} Y + \varepsilon_{36} Z, \end{cases}$$

wo $X_x \ldots x_y$ die rein elastischen Drucke

$$\text{(II)} \qquad \begin{cases} X_x = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial x_x} = c_{11} x_x + c_{12} y_y + \ldots + c_{16} x_y \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ X_y = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial x_y} = c_{61} x_x + c_{62} y_y + \ldots + c_{66} x_y. \end{cases}$$

Nähern sich die Temperaturänderung T und die elektrischen Kräfte $X \ldots$ dem Werte 0, so gehen zugleich die Ausdrücke (I) in (II) über. Die mit T, X, Y, Z multiplizierten Glieder in (I) geben somit die scheinbare Nachwirkung, welche sekundär durch thermische und elektrische Prozesse hervorgerufen wird. Wir wollen die thermischen und elektrischen Vorgänge, ihren Einfluß auf die Deformation und ihren Verlauf getrennt betrachten.

---

[1]) W. Voigt, Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1894. p. 343 bis 372; Wied. Ann. 55. p. 701. 1895.

Werden die elastischen Temperaturänderungen allein berücksichtigt, so folgt für die Differenz der isothermischen und adiabatischen Elastizitätsmoduln [1])

$$\sigma_{hk} - s_{hk} = - \frac{a_h a_k T}{A \cdot \varrho \cdot c_p},$$

wo a_h und $a_k = a_2 = 14{,}2 \cdot 10^{-6}$ den Ausdehnungskoeffizienten,
$T = 290$ die absolute Temperatur,
$A = 427$ das mechanische Wärmeäquivalent,
$\varrho = 2{,}65$ die spezifische Dichte,
$c_p = 0{,}185$ die spezifische Wärme bei konstanter Deformation bezeichnen. Es ist somit

$$\sigma_{22} - s_{22} = - 2{,}73 \cdot 10^{-10},$$

oder

$$\frac{\sigma_{22} - s_{22}}{s_{22}} = - \frac{2{,}73 \cdot 10^{-10}}{12{,}73 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0021 .$$

Ist die rein elastische Deformation, durch den Bewegungspfeil gemessen, gleich $\eta_1 = 800$ Streifen, so beträgt die sekundäre thermische Deformation

$$\eta_1' = 0{,}0021\, \eta_1 = 1{,}7 \text{ Streifen},$$

für $\eta_2 = 1250$ ist

$$\eta_2' = 2{,}6 \text{ Streifen}.$$

Bei einer Durchbiegung der Platte steigt die Temperatur in den oberen komprimierten Schichten und sinkt in den unteren dilatierten. Die größte Erwärmung resp. Abkühlung t_0, die in der Mitte der äußersten Schichten entstehen, können aus dem Ausdruck für die Entropie S berechnet werden:

$$S = \frac{A \varrho c_p}{T} t = \sum_1^3{}_h a_h X_k = 0$$

$$t_0 = \frac{\sum_1^3{}_h a_h X_k \cdot T}{A \varrho \cdot c_p} = \frac{a_2 \cdot P L \cdot 6 \cdot T}{A \varrho \cdot c_p \cdot 4 \cdot B D^2}$$

$$= \frac{14{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}107 \cdot 8{,}1 \cdot 6 \cdot 290}{42{,}7 \cdot 2{,}65 \cdot 0{,}185 \cdot 4 \cdot 2{,}05 \cdot 0{,}0715^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ {}^0\text{C}.$$

[1]) W. Voigt, Wied. Ann. **36.** p. 743—759. 1889; Thermodynamik **1.** p. 334. 1903.

Von da aus nimmt die Temperaturänderung in der Richtung nach der Neutralschicht und ebenfalls nach den Lagerschneiden hin linear ab. Letzteres Temperaturgefälle erfolgt aber auf einer ca. 100 mal längeren Strecke und darf, da das Wärmeleitvermögen in beiden Richtungen dasselbe ist, neben dem ersteren vernachlässigt werden. Wir wollen den Verlauf des Wärmeausgleiches, der zugleich dem Verlauf der thermischen Deformation entspricht ermitteln; dabei setzen wir das äußere Wärmeleitvermögen gleich 0; ist die Oberfläche nicht vollkommen thermisch geschützt, so verläuft der Vorgang noch rascher.

Wir betrachten nun eine unendlich ausgedehnte Platte in der zur Zeit $t = 0$ die Temperatur von $-T_0$ auf einer Oberfläche bis $+T_0$ auf der anderen linear zunimmt. Bezeichnen wir mit D die Dicke der Platte, mit $a_1^2 = (k_1/\varrho c$ das Temperaturleitvermögen in der Dickenrichtung, so wird das Problem durch die Gleichung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \tag{1}$$

und die Grenzbedingungen

$$\vartheta_0 = \frac{2 T_0}{D}\left(x - \frac{D}{2}\right) \text{ zurzeit } t = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0 \text{ für } x = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0 \text{ für } x = D \tag{4}$$

formuliert. Die allgemeine Lösung des Problems ist

$$\vartheta = \frac{8 T_0}{\pi^2} \sum_0^\infty{}^n \frac{1}{(2n+1)^2} e^{-\frac{a_1^2 (2n+1)^2 \pi^2}{D^2} t} \cos \frac{(2n+1)\pi}{D} x .$$

Setzen wir für a_1^2 den von Tuchschmidt und Lees übereinstimmend gefundenen Wert

$$a_1^2 = \frac{k_1}{\varrho c} = \frac{0{,}0159}{2{,}65 \,.\, 0{,}185} = 0{,}032 \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}\right]$$

für $D = 0{,}071$ cm, so folgt für $x = 0$ oder $x = D$ und $t = 1$ Sek.

$$\vartheta_1 = \mp T_0 \,.\, 0{,}81 \,.\left(e^{-61} + \frac{1}{q} e^{-550} + \ldots\right).$$

Die Zeit t_1 für die ϑ auf 0,01 T_0 reduziert ist, finden wir:

$$0{,}81\, e^{-61t} = 0{,}01.$$

$$t_1 < \mathbf{0{,}07\ Sek.}$$

Folglich kann eine thermische Deformation nicht als Nachwirkung beobachtet werden.

Eine zweite Art sekundärer Deformation muß als Folge der Änderung der Elastizitätskonstanten mit der Temperatur auftreten. Diese Änderung führt zu einer Erwärmung oder Abkühlung der ganzen Platte, wie A. Wassmuth [1]) für Eisen auch experimentell nachgewiesen hat. Auch dieser Vorgang vermindert die endgültige isotherme Deformation und würde eine langsamer verlaufende nachwirkungsähnliche Erscheinung erzeugen. Ist aber der Temperaturkoeffizient der Elastizität des Quarzes von derselben Größenordnung wie für Eisen, so erreicht diese Deformation nicht 10^{-7} der elastischen und fällt somit unter die Beobachtungsfehler.

Die sekundäre thermische Deformation entzieht sich der Beobachtung infolge der großen Wärmeleitungsfähigkeit des Quarzes. Anders wird sich die sekundäre elektrische Deformation verhalten, da Quarz bekanntlich zu den besten Isolatoren zählt. Zur Berechnung dieser Deformation schreiben wir den Ansatz für die freie Energie in der Form:

$$\Phi = \varphi_i + f_s - X(\delta_{11}\,\Xi_x + \delta_{12}\,H_y + \ldots + \delta_{16}\,\Xi_y) - Y(\delta_{21}\,\Xi_x + \ldots + \delta_{26}\,\Xi_y) - Z(\delta_{31}\,\Xi_x + \delta_{32}\,H_y + \ldots + \delta_{36}\,\Xi_y),$$

indem wir die Temperatur als konstant voraussetzen. Hier bezeichnen:

φ_i das rein elastische Potential

$$-2\,\varphi_i = s_{11}\,\Xi_x^{\,2} + 2\,s_{12}\,\Xi_x H_y + \ldots + s_{22}\,H_y^{\,2} + 2\,s_{23}\,H_y Z_z + \ldots,$$

f_s das rein dielektrische Potential

$$-2\,f_s = \gamma_{11}\,X^2 + \gamma_{22}\,Y^2 + \gamma_{33}\,Z^2 + 2\,\gamma_{23}\,YZ + 2\,\gamma_{31}\,ZX + 2\,\gamma_{12}\,XY,$$

1) A. Wassmuth, Ann. d. Phys. **13.** 1904; Sitzungsber. d. k. Akad. z. Wien **111.** p. 1011.

Ξ_x, H_y... die Druckkräfte,
X, Y, Z die elektrischen Kräfte,
s_{11}, s_{12}... die Elastizitätsmoduln,
δ_{11}, δ_{12}... die piezoelektrischen Moduln,
γ_{11}, γ_{12}... die Moduln der elektrischen Influenz.

Wir wenden uns jetzt dem Fall zu, wo die X-Achse (elektrische Achse) in die Dickenrichtung, die Y-Achse in die Längsrichtung, die Z-Achse (optische Achse) in die Breitenrichtung fällt und die Platte durch ein Moment um die Z-Achse gebogen wird. Es entstehen dann Druckkräfte H_y und elektrische Kräfte X.

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} = -4\pi\alpha,$$

wo das adiabatische Moment

$$\alpha = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} = -\frac{\partial f_s}{\partial x} - \delta_{12} H_y = \gamma_{11} X - \delta_{12} H_y = -\frac{X}{4\pi}.$$

$$(1 + 4\pi\gamma_{11}) X = 4\pi\delta_{12} H_y.$$

Die adiabatische Deformationsgröße

$$y_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial H_y} = -\frac{\partial \varphi_i}{\partial H_y} - \delta_{12} X = \left(s_{22} - \frac{4\pi\delta_{12}^2}{1 + 4\pi\gamma_{11}}\right) H_y,$$

während die rein elastische Deformationsgröße

$$\eta_y = s_{22} H_y.$$

Die elektrische Verteilung finden wir aus den erregten Momenten, die für die Symmetrieverhältnisse des Quarzes in folgender Form geschrieben werden können[1]):

$$\alpha = \varepsilon_{11}(x_x - y_y) + \varepsilon_{14} y_z,$$
$$\beta = -\varepsilon_{14} z_x - \varepsilon_{11} x_y,$$
$$c = 0.$$

Legen wir ferner den Koordinatenanfang in den Schwerpunkt des Querschnittes auf eine Lagerschneide und betrachten eine Hälfte der Platte, so folgt:

$$x_x = s_{12} \frac{6 P x y}{B D^3}; \qquad y_y = \frac{6 P x y}{B D^3} \cdots$$

1) W. Voigt, Abhandl. d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen **36.** 1890.

$$\alpha = \frac{6P}{BD^3} x y [\varepsilon_{11}(s_{11} - s_{12}) + \varepsilon_{14} s_{14}],$$

$$\beta = -\frac{6P}{BD^3} x y (\varepsilon_{14} s_{12} + \varepsilon_{11} s_{62}) = 0,$$

$$\gamma = 0.$$

Im Innern der Quarzplatte gilt dann

$$\Delta V_i = 4\pi \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} \right) = -4\pi \varrho.$$

Die räumliche Dichte ist:

$$\varrho = -\frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\frac{6P}{BD^3} y [\varepsilon_{11}(s_{11} - s_{12}) + \varepsilon_{14} s_{14}].$$

Für die Oberfläche folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{V}_a}{\partial x_a} - \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_i} &= 4\pi [\bar{\alpha} \cos(x, x) + \bar{\beta} \cos(x, y) + \bar{\gamma} \cos(x, z)] \\ &= 4\pi \frac{6P}{BD^3} \frac{D}{2} y [\varepsilon_{11}(s_{11} - s_{12}) + \varepsilon_{14} s_{14}] \\ &= \frac{12\pi P}{BD^2} y [\varepsilon_{11}(s_{11} - s_{12}) + \varepsilon_{14} s_{14}], \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V_a}{\partial y_a} - \frac{\partial V_i}{\partial y_i} = 0,$$

$$\frac{\partial \overline{V}_a}{\partial z_a} - \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial z_i} = 0.$$

Außer der räumlichen Dichte im Innern haben wir somit an beiden Oberflächen eine Flächendichte

$$\bar{\varepsilon} = + \frac{3P}{BD^2} [\varepsilon_{11}(s_{11} - s_{12}) + \varepsilon_{14} s_{14}) y],$$

die von $\bar{\varepsilon} = 0$ an den Lagerschneiden bis

$$\bar{\varepsilon} = + \frac{3}{2} \frac{PL}{BD^2} [\varepsilon_{11}(s_{11} - s_{12}) + \varepsilon_{14} s_{14}]$$

in der Mitte der Platte wächst.

Zu demselben Resultat können wir auch auf einem anderen Wege gelangen, indem wir aus der experimentell untersuchten [1]) Elektrizitätserregung bei einseitigem Zug oder Druck ausgehen. Wir denken uns die Platte in unendlich dünne horizontale Schichten zerlegt und betrachten eine dieser

1) J. et P. Curie, Compt. rend. **91.** p. 294 u. 383. 1880; **93.** p. 204. 1881; Journ. d. Phys. (2) **1.** p. 245. 1882.

Schichten im Abstand x von der Neutralschicht (Fig. 2). An beiden Oberflächen dieser Schicht, in der ein Druck p_x herrscht, werden entgegengesetzt gleiche Elektrizitätsmengen:

$$e_x = \pm k L B p_x$$

frei. Für die folgende Schicht $x + dx$ haben wir

$$e_{x+dx} = \pm k L B (p_x + dp_x).$$

An der Grenze dieser beiden Schichten wird von der ersten eine Elektrizitätsmenge $-e_x$ frei, während die zweite eine entgegengesetzte Elektrizitätsmenge $+e_{x+dx}$ liefert. In der Grenzfläche bleibt ein Überschuß

$$+e_{x+dx} - e_x = +k L B dp_x = de_x$$

übrig. Da jede folgende Schicht immer um denselben Betrag mehr deformiert ist, als die vorhergehende, entsteht an jeder Grenzfläche je zweier Schichten ein Überschuß von gleichem Vorzeichen, das heißt: das Innere der Platte wird von einer räumlichen Dichte

$$\varrho = \frac{de_x}{LBdx} = +k\frac{dp_x}{dx}$$

erfüllt.

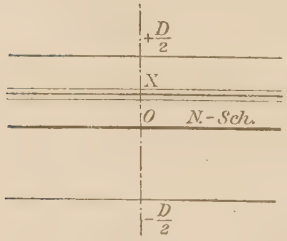

Fig. 2.

Die letzte Schicht behält endlich an der dem äußeren Raum zugekehrten Seite ihre ganze Ladung

$$\bar{\varepsilon} = -k L B \bar{p}.$$

Ihre Flächendichte ist:

$$\bar{\varepsilon} = -k\bar{p}.$$

Die gesamte innere Ladung auf einer Seite der neutralen Schicht ist:

$$E = \int_{x=0}^{x=(D/2)} de_x = +k L B \int_0^{\bar{p}} dp = +k L B \bar{p}.$$

Sie ist der Oberflächenladung entgegengesetzt gleich.

Eine elementare innere Schichtladung $+de_x$ bindet an beiden Oberflächen die Elektrizitätsmengen:

$$de_1 = -\frac{de_x\left(\frac{D}{2}+x\right)}{D} \quad \text{und} \quad de_2 = -\frac{de_x\left(\frac{D}{2}-x\right)}{D};$$

sie bildet mit ihnen zwei Kondensatoren von den Kapazitäten:

$$c_1 = \frac{L\,B\,.\,\varepsilon}{4\,\pi\left(\frac{D}{2} - x\right)} \quad \text{und} \quad c_2 = \frac{L\,B\,.\,\varepsilon}{4\,\pi\left(\frac{D}{2} + x\right)}.$$

Die Potentialdifferenz zwischen dieser Schicht und der Oberflächenschicht ist, wenn wir von anderen Ladungen absehen:

$$d\,v = \frac{d\,e_x\left(\frac{D}{2} + x\right)\left(\frac{D}{2} - x\right).\,4\,\pi}{D\,.\,L\,B\,.\,\varepsilon} = \frac{4\,\pi\,k\left(\frac{D^2}{4} - x^2\right)}{D\,.\,\varepsilon}\,d\,p_x.$$

Andererseits gilt der von G. Lippmann [1]) aufgestellte und von J. und P. Curie [2]) experimentell bestätigte Satz: „herrscht an beiden Flächen eines *piezoelektrischen* Quarzes eine Potentialdifferenz V, so erleidet er eine Längsdilatation bezw. Kompression

$$\delta = k\,\frac{L}{d}\,V,$$

wo k dieselbe piezoelektrische Konstante bezeichnet."

Unsere Elementarkondensatoren bewirken eine Längsausdehnung:

$$d\,\delta_1 = \frac{4\,\pi\,k^2}{\varepsilon}\cdot\frac{L\left(\frac{D^2}{4} - x^2\right)}{D\,.\left(\frac{D}{2} - x\right)}\,d\,p_x = \frac{4\,\pi\,k^2}{\varepsilon}\,\frac{L\left(\frac{D}{2} + x\right)}{D}\,d\,p_x$$

und

$$d\,\delta_2 = -\frac{4\,\pi\,k^2}{\varepsilon}\,\frac{L\left(\frac{D^2}{4} - x^2\right)}{D\left(\frac{D}{2} + x\right)}\,d\,p_x = -\frac{4\,\pi\,k^2}{\varepsilon}\,\frac{L\left(\frac{D}{2} - x\right)}{D}\,d\,p_x.$$

Die Schicht x befindet sich im elektrischen Felde aller Kondensatoren erster Art von $x = -(D/2)$ bis $x = x$ und der Kondensatoren zweiter Art $x = x$ bis $x = (D/2)$; ihre Ausdehnung erhalten wir folglich

$$\delta_x = \frac{4\,\pi\,k^2}{\varepsilon}\cdot\frac{L}{D}\left[\int_{D/2}^{x}\left(\frac{D}{2} + x\right)d\,p_x - \int_{x}^{D/2}\left(\frac{D}{2} - x\right)d\,p_x\right],$$

1) G. Lippmann, Ann. de chim. et phys. (5) **24.** p. 145—178. 1881.
2) J. u. P. Curie, Compt. rend. **93.** p. 1137—1140. 1881; Journ. de phys. **8.** p. 149—168. 1889.

oder da

$$d p_x = \frac{p_0}{D} d x ,$$

$$\delta_x = \frac{4 \pi k^2}{\varepsilon} \frac{2 L p_0}{D^2} \left[\int_{-D/2}^{x} \left(\frac{D}{2} + x \right) d x - \int_{x}^{D/2} \left(\frac{D}{2} - x \right) d x \right]$$

$$= \frac{4 \pi k^2}{\varepsilon} \frac{2 L p_0 x}{D} .$$

Die relative Dilatation ist

$$\delta_x' = \frac{4 \pi k^2}{\varepsilon} \frac{2 p_0 x}{D} ,$$

während die rein elastische

$$\Delta_x' = E p_x = E \frac{2 p_0 x}{D} .$$

Für die adiabatische Deformation erhalten wir:

$$\Delta = \Delta' - \delta' = \left(E - \frac{4 \pi k^2}{\varepsilon} \right) p_x ,$$

oder

$$y_y = \left(s_{22} - \frac{4 \pi \delta_{12}^2}{1 + 4 \pi \gamma_{11}} \right) H_y ,$$

ein Ausdruck, den wir schon auf anderem Wege gefunden haben. Setzen wir hier

$$k = \delta_{12} = - \delta_{11} = 6{,}4 \cdot 10^{-8} ,$$

$$\varepsilon = 1 + 4 \pi \gamma_{11} = 4{,}45 ,$$

$$s_{22} = s_{11} = \frac{12{,}73}{981} \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-2} = 1{,}3 \cdot 10^{-12} ,$$

dann folgt

$$\frac{s_{22} - \sigma_{22}}{s_{22}} = \frac{4 \pi \cdot 6{,}4^2 \cdot 10^{-16}}{4{,}45 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-12}} = 0{,}9 \cdot 10^{-2} .$$

Eine primäre elastische Deformation η ruft eine sekundäre elektrische $\eta' = 0{,}9 \cdot 10^{-2} \eta$ hervor. Für die drei untersuchten Platten erhalten wir

$$\eta_1' = 0{,}9 \cdot 10^{-2} \cdot 800 = 7{,}2 \text{ Streifen}$$

$$\eta_2' = 0{,}9 \cdot 10^{-2} \cdot 1250 = 11{,}25 \quad ,,$$

$$\eta_3' = 0{,}9 \cdot 10^{-2} \cdot 1200 = 10{,}8 \quad ,,$$

Eine Biegung von Quarzplatten der genannten Orientierung muß folglich eine wegen der Isolationseigenschaften des Quarzes langsam verschwindende elektrische Deformation erzeugen. Wir wollen im folgenden zeigen, daß *die beobachtete Nachwirkung nichts anderes ist als diese Deformation.* Die Behauptung wäre bewiesen, wenn wir zeigen könnten, daß sowohl der Gesamtbetrag, wie der Verlauf der Nachwirkung mit dem für die elektrische Deformation berechneten übereinstimmen. Der Betrag, der im vorigen berechnet wurde, konnte aber zunächst infolge des außerordentlich langsamen Verlaufes der Nachwirkung nicht gemessen werden. Der Verlauf könnte aus dem bekannten Anfangzustand und der spezifischen Leitungsfähigkeit in ähnlicher Weise berechnet werden, wie es für die termische Deformation gemacht wurde.

Auch da stoßen wir aber auf eine Schwierigkeit bei der Definition der Leitungsfähigkeit, da dieser Begriff für Isolatoren keinen bestimmten Sinn hat. Die Elektrizitätsmenge, die bei einer konstanten Potentialdifferenz durch einen Isolator pro Zeiteinheit hindurchfließt, wird im Laufe der Zeit immer kleiner; die so aufgefaßte Leitfähigkeit nimmt mit der Dauer des Stromdurchganges ab. Der die sekundäre Deformation bedingende Leitungsvorgang verläuft aber unter wesentlich hiervon abweichenden Bedingungen, indem eine bestimmte Elektrizitätsmenge primär gegeben ist und die Potentialdifferenz nicht konstant erhalten bleibt. Die nach den ersten Voraussetzungen gewonnenen Werte dürfen wir in unserem Falle nur schätzungsweise als Maß für die Geschwindigkeit des Spannungsausgleiches anwenden.

Durch die Untersuchungen von J. Curie [1]) und E. Warburg und F. Tegetmeier [2]) wurde für den Quarz eine viel größere Leitfähigkeit in der Richtung der optischen Achse, als senkrecht zu ihr gefunden; auch die zeitliche Abnahme ist für die zweite Richtung viel größer, als für die erste. Für den elektrischen Ausgleich in unseren Quarzplatten kommen daher zwei Möglichkeiten in Betracht:

1) J. Curie, Ann. de chimie et physique (6) **18.** p. 203—269.

2) E. Warburg und F. Tegetmeier, Wied. Ann. **32.** p. 442 bis 451; **35.** p. 455—467.

I. In der Richtung, wo auch die größten Potentialdifferenzen vorhanden sind — in der Dicken- und Längsrichtung; es sind dies aber beide Richtungen der schlechten Elektrizitätsleitung, und II. auf einem Umwege: parallel der Breitenrichtung (optische Achse) im Innern bis zu den schmalen Seitenflächen und dann in der Oberflächenschicht, die unter Umständen leitend sein kann, zu den entgegengesetzt geladenen Oberflächen (vgl. Fig. 3). Welchen von den beiden Wegen die elektrische Strömung vorziehen wird, hängt von den Dimensionen der Platte, der vorhandenen Oberflächenleitung und dem Verhältnis der Leitfähigkeiten ab, das noch eine Funktion der Stromdauer ist. Bezeichnen wir mit w_p und w_s den spezifischen Widerstand parallel und senkrecht zur Hauptachse und setzen den Widerstand der Oberflächenschicht gleich Null, so folgt für den ersten Weg ein

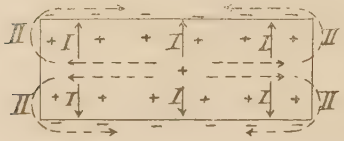

Fig. 3.

$$k = \frac{D^2}{B^2}\,\frac{w_s}{w_p}$$

größerer Widerstand als für den zweiten. Um uns eine Vorstellung von den in Betracht kommenden Größen zu bilden, wollen wir in diesen Ausdruck für w_p und w_s Werte einsetzen, die an anderen Quarzkristallen bei konstanter Potentialdifferenz gefunden wurden. So erhalten wir

$$k = \frac{0{,}71^2}{20^2}\,\frac{w_s}{w_p} = \frac{1}{800}\,\frac{w_s}{w_p}$$

=	0,05	7,5	Sek.	nach	der	Schließung	des	Stromes
=	0,15	1	Min.	„	„	„	„	„
=	1,25	5	„	„	„	„	„	„
=	6,0	15	„	„	„	„	„	„
=	28	1	Stunde	„	„	„	„	„
=	160	3	Stunden	„	„	„	„	„

Fehlt im anderen Grenzfalle die Oberflächenleitung vollständig, so bleibt der Strömung der erste Weg allein übrig. Eine leitende Oberflächenschicht kann ohne besondere Schwierigkeiten hergestellt und auch entfernt werden. Ein Unterschied im Verlauf der Nachwirkung im geforderten Sinne hätte auf ihre elektrische Natur schließen lassen. Die beobachtete Nachwirkung

war aber nur in den ersten Minuten merklich, von denen man keinen wesentlichen Unterschied zu erwarten hat, für spätere Zeiten war sie aber so klein, daß ihre Beschleunigung nicht mehr mit Sicherheit festgestellt werden konnte. In der folgenden Tabelle geben die beiden ersten Versuche den Verlauf der Nachwirkung bei fehlender äußeren Leitung, die zwei letzten beziehen sich auf dieselbe Platte, deren Oberfläche mit einer dünnen gut leitenden Chlorcalciumlösungsschicht überzogen war. Die Zeit wird von dem Moment der Entlastung gerechnet; in der zweiten Columne ist der Stand einer festen Marke im Okular gegen die Streifen angegeben; die Differenz zweier dieser Zahlen ist die Nachwirkung für die entsprechende Zeit in Halbwellen des Natriumlichtes.

Piezoelektrische Quarzplatte III.

(Biegungspfeil 1200 Streifen.)

1		2		3		4	
Reine Oberfläche				Cl_2Ca-Schicht			
3″	0,4	3″	0,85	3″	1,2	3″	0,85
30″	0,5	60″	0,95	30″	1,15	10″	0,85
60″	0,55	2′	1,0	60″	1,10	60″	0,95
2′	0,65	3′	1,05	2′	1,05	5′	1,2
3′	0,7	5′	1,15	3′	1,0	10′	1,4
5′	0,7	15′	1,25	5′	0,9		
		35′	1,25	10′	0,8		
Nachwirkung im Zeitintervall 3″—5′	0,3	0,3		0,3		0,35	

Das Verhalten der Quarzplatte in bezug auf Oberflächenleitung liefert somit keine Anhaltspunkte für die Ursache der Nachwirkung; ist sie elektrisch, so muß die Leitung in der Dickenrichtung die Hauptrolle spielen.

Sollte es aber gelingen auch die innere Leitfähigkeit des Quarzes zu vergrößern, so fordert die Annahme der elektrischen Natur der Nachwirkung unzweifelhaft eine Beschleunigung der letzteren. Nachdem die Vergrößerung der elektrischen Leit-

fähigkeit der Gase, einiger Flüssigkeiten [1]) und fester Isolatoren (Paraffin) [1]) durch Radiumstrahlen festgestellt worden war, konnte man versuchen, auch die spezifische Leitfähigkeit des Quarzes durch Bestrahlung mit Radium zu erhöhen.

Diese Vermutung bestätigte sich tatsächlich. Eine Bestrahlung der Quarzplatte mit Radium beschleunigte bedeutend die Nachwirkung. Noch größer war der Einfluß der *X*-Strahlen und des ultravioletten Lichtes.

Piezoelektrische Quarzplatte I.
(Biegungspfeil 830 Streifen.)

Vers. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Zeit	Nicht bestrahlt 150 St. nach der letzten Bestrahlung	1 Min. vor der Entlastung wurde Radium hingelegt	Radium seit 3,5 St. unter der Platte	Radium seit 15 St. unter der Platte	Radium seit 24 Stunden	1 Min. vor der Entlastung wurde Radium entfernt	Seit 10 Stunden nicht mehr bestrahlt	Seit 22 Stunden nicht bestrahlt
1 Sek.	0,8	—	0,8	0,4	—	—	—	—
5″	0,9	0,8	1,0	0,9	1,0	0,7	0,6	1,0
30″	1,2	1,4	2,0	2,3	2,5	1,9	1,4	1,6
60″	1,5	1,6	2,8	2,9	3,2	2,6	1,9	2,0
2′	1,8	1,9	3,7	3,9	4,2	3,6	2,5	2,6
3′	2,0	2,0	4,2	4,6	4,8	4,1	2,9	3,0
5′	2,5	2,5	5,0	5,3	5,5	4,9	3,7	3,7
10′	3,1	3,8	6,0	6,2	6,4	5,7	4,8	4,8
15′	3,6	4,7	6,7	6,6	6,8	6,2	5,4	5,4
20′	3,95	5,2	7,0	6,9	7,0	6,6	5,9	5,95
30′	4,6	6,1	7,4	7,1	7,3	7,0	6,25	6,5

Die im vorstehenden zusammengestellte Versuchsreihe bezieht sich auf die Bestrahlung mit Radium. Es wurden dabei zwei Präparate zu je 15 mg. reines Radiumbromids auf beiden Seiten des Belastungsbügels zirka 5 mm unter der Platte aufgestellt. Das eine war in eine Glasröhre eingeschmolzen, das andere befand sich in einer mit Glimmer bedeckten Büchse.

1) P. Curie, Compt. rend. **134.** p. 420. 1902.

1) H. Becquerel, Compt. rend. **136.** p. 1173. 1903; A. Becker, Ann. d. Phys. **12.** p. 124—143. 1903.

Beobachtet wurde die Entlastungsnachwirkung nach einer mehrstündigen Belastung. Die Belastungsdauer variierte von 3 Stunden im Versuche 3, bis zu 28 Stunden im Versuche 1; für eine Nachwirkungsbeobachtung wurde die Platte auf 30 Min. entlastet und darauf wieder bis zum folgenden Versuch belastet; die in vorstehender Tabelle angeführten Versuche folgen aufeinander ohne Unterbrechung. Die Temperatur variierte zwischen 18 und 20° C., blieb aber während jedes einzelnen Versuches konstant; auch diese Unterschiede dürfen wir, wie später gezeigt wird, unberücksichtigt lassen.

Die gesamte elektrische Deformation berechnet sich für

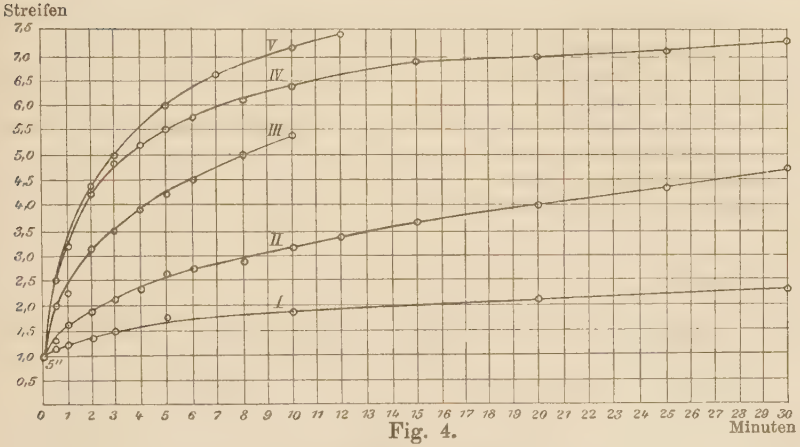

Fig. 4.

Piezoelektrische Quarzplatte I.

I. 6 Monate nach der letzten Bestrahlung.
II. 150 Stunden nach der letzten Bestrahlung.
III. Bogenlampe.
IV. Radium.
V. Quecksilberlampe.

diesen Fall zu 7,5 Streifen, die in keinem einzigen Versuche überschritten sind. Die Platte war aus einem später mitzuteilenden Grund vollständig versilbert.

Die Nachwirkung für verschiedene Zeitintervalle und die Differenz gegen den in der Kurve II Fig. 4 dargestellten Versuch 1, der zweimal ohne jede Abweichung wiederholt war, sind in folgender Tabelle übersichtlich zusammengestellt.

Zeitintervall	5″—60″		5″—5′		1′—10′		5′—30′	
Nr. des Versuches	Nachwirk. in Streifen	Zuwachs gegen 1 in Prozenten	Nachwirk. in Streifen	Zuwachs gegen 1 in Prozenten	Nachwirk. in Streifen	Zuwachs gegen 1 in Prozenten	Nachwirk. in Streifen	Zuwachs gegen 1 in Prozenten
1	0,6	—	1,6	—	1,6	—	2,1	—
2	0,8	+ 30	1,7	+ 5	2,2	+ 35	3,6	+ 70
3	1,8	+ 200	4,0	+ 150	3,2	+ 100	2,4	+ 15
4	2,0	+ 230	4,4	+ 170	3,2	+ 100	1,8	− 15
5	2,2	+ 250	4,5	+ 180	3,2	+ 100	1,8	− 15
6	1,9	+ 210	4,2	+ 160	3,1	+ 95	2,1	∓ 0
7	1,3	+ 100	3,1	+ 90	2,9	+ 80	2,5	+ 20
8	1,0	+ 60	2,7	+ 75	2,8	+ 75	2,8	+ 30

Um die erhaltenen Resultate deuten zu können, müssen wir auf den Zusammenhang der Nachwirkung mit der elektrischen Leitfähigkeit, wie er sich aus unserer Annahme ergibt, näher eingehen.

Durch die Deformation wird im Innern der Quarzplatte eine bestimmte Elektrizitätsmenge frei, die sich mit der gleich großen, auf der Oberfläche entstandenen, durch Leitung zu vereinigen sucht. Eine erhöhte Leitfähigkeit beschleunigt den Leitungsvorgang, erschöpft aber früher den Elektrizitätsvorrat, so daß nach Ablauf einer bestimmten Zeit die Stromstärke kleiner wird, als in einer Platte mit kleinerer Leitfähigkeit. Nur im ersten Moment nach der Deformation ist die Spannungsverteilung in Platten verschiedener Leitfähigkeit immer die gleiche, so daß die erhöhte Leitfähigkeit voll zur Geltung kommen kann. Die augenblicklich vorhandene Elektrizitätsmenge bedingt die Größe der Nachwirkung, folglich entspricht der Stromstärke — die Geschwindigkeit der Nachwirkung. Wollen wir aus dieser Geschwindigkeit auf die Leitfähigkeit schließen, so müssen wir nach dem Gesagten den unmittelbar auf die Deformation folgenden Moment nehmen; als Maß für die Leitfähigkeit hätten wir die Tangente an die Nachwirkungskurve zur Zeit $t = 0$ zu betrachten. Bei dem verhältnismäßig langsamen Verlauf, mit dem wir zu tun haben, liefern die ersten Minuten auch noch ein brauchbares Maß,

Der Einfluß wird um so kleiner sein müssen, je spätere Zeiten wir vergleichen wollen; von einem Punkt an wird der Einfluß sogar seinen Sinn umkehren. Diese Umkehrung erfolgt um so früher je größer die Leitfähigkeit ist und deutet darauf hin, daß die Nachwirkung zum größten Teil abgelaufen ist.

Aus den Tabellen können wir noch ein wichtiges Ergebnis entnehmen: der Einfluß der Bestrahlung steigt langsam an und verschwindet ebenso langsam — 22 Stunden nach Entfernung des Radiums ist er auf $^1/_4$ gesunken, falls wir das Zeitintervall 5″—60″ als Maß annehmen. Dieses langsame Verschwinden kann eventuell nicht der induzierten Radioaktivität zugeschrieben werden, da es auch bei einer zugeschmolzenen Glasröhre mit Radium, aus der keine radioaktive Emanation entweichen kann, beobachtet wurde. In dem Versuche 2 verdeckt das Anwachsen der Wirkung den auseinandergesetzten Einfluß der besseren Leitungsfähigkeit. Die Versuche 3, 4 und 5 zeigen dagegen deutlich die geforderten Eigenschaften. So ist im Versuche 5, der auch in der Kurve IV Fig. 4 aufgetragen ist, der Einfluß der Bestrahlung auf die Geschwindigkeit der Nachwirkung für Zeitintervalle:

5″—60″	1′—5′	5′—15′	15′—30′
+ 250 Proz.	+ 130 Proz.	+ 20 Proz.	− 50 Proz.

Er wird immer kleiner und kehrt dann um; der Umkehrpunkt liegt bei 10 Min., während er im Versuche 3, wo der Einfluß kleiner ist, bei 15 Min. und für eine noch kleinere Leitfähigkeit im Versuche 8 bei 20 Min. liegt. Nehmen wir die neue Tatsache des langsamen Anwachsens und Verschwindens der Wirkung hinzu, so werden die angeführten Beobachtungen durch den elektrischen Charakter der Nachwirkung in allen Einzelheiten erklärt.

Dieselbe Eigenschaft, die Nachwirkung zu beschleunigen, (die Leitfähigkeit zu vergrößern) besitzen auch Röntgenstrahlen. Es wurde eine Siemenssche Röntgenröhre und ein Klingelfußscher 40 cm-Induktor mit Wehneltunterbrecher für die folgenden Versuche benutzt. Die Röhre war seitlich aufgestellt, so daß die Strahlen die Quarzplatte schräg von unten trafen. Vor Influenzelektrizität und Wärmestrahlung schützte ein Stanniolblatt.

Auch die Wirkung der Röntgenstrahlen steigt allmählich an und verschwindet langsam. Die im folgenden mitgeteilte Beobachtungsreihe schließt sich unmittelbar an die früher angeführte an; sie beginnt 12 Stunden nach dem Versuch 8 der ersten Reihe

Zeit	9	10	11	12	13	14	15
	Vor der Entlastung 1 Min. bestrahlt	Vor der Entlast. 2 Min. mit X-Strahlen bestr. Während des Vers. 60″—70″; 3′—3′ 10″	Seit 12 Stunden nicht bestrahlt	1—2 Min. bestrahlt mit X-Strahlen	Seit 4,5 Stunden nicht bestrahlt	Seit 26 Stunden nicht bestrahlt	Seit 46 Stunden nicht bestrahlt
5″	1,2	0,7	0,7	0,6	1,0	0,4	1,1
30″	2,1	2,2	1,7	1,9	1,9	1,1	1,7
60″	2,6	3,0	2,2	2,7	2,4	1,4	2,1
70″		3,7 X					
2′	3,2	4,3	2,75	3,5	3,0	1,8	2,5
3′	3,7	5,0	3,2	4,0	3,5	2,1	2,75
3′ 10″		5,3 X					
5′	4,4	5,95	3,8	4,8	4,2	2,7	3,2
8′	5,1	6,4	4,5	5,5	—	3,4	3,8
10′	5,5	6,6	4,9	5,9	—	3,7	4,1

Nr. des Versuches	5″—60″		5″—5′		1′—10′	
	Nachwirkung	Zuwachs in Proz. gegen Vers. 1	Nachwirkung	Zuwachs in Proz. gegen Vers. 1	Nachwirkung	Zuwachs in Proz. gegen Vers. 1
9	1,4	+ 110	3,2	+ 100	2,9	+ 80
(10)	2,3	+ 270	(5,25)	(+ 230)	(3,6)	(+ 120)
11	1,5	+ 120	3,1	+ 95	2,7	+ 70
12	2,1	+ 230	4,2	+ 160	3,2	+ 100
13	1,4	+ 100	3,2	+ 100	—	—
14	1,0	+ 60	2,3	+ 40	2,3	+ 40
15	1,0	+ 60	2,1	+ 30	2,0	+ 25

Aus diesen Beobachtungen sehen wir, daß das Verhalten der Nachwirkung gegen Röntgenstrahlen dem gegen Radium völlig analog ist, daß aber ihrer größeren Intensität gemäß die gleiche Wirkung in viel kleineren Zeiten erreicht wird.

Eine ähnliche Wirkung kommt ferner dem Bogenlicht zu. Eine Handregulierungslampe wurde in 50 cm Entfernung aufgestellt, wobei die Platte schräg von oben beleuchtet war. Wegen der gleichzeitigen Erwärmung der Platte, welche bebedeutende Fehler verursachen könnte, wurde 15 Minuten nach Ende der Belichtung beobachtet, so daß in der Beobachtung nur die Nachwirkung der durch Bestrahlung bewirkten Änderung zum Ausdruck kommt. Die Beobachtungsreihe schließt sich der vorigen an und beginnt 1,5 Stunden nach dem Versuch 15.

Zeit	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	10 Min. bestr. nach 15 Min.	3,5 St. nach der Bestrahlung	22 St. nach der Bestrahlung	20 Min. bestrahlt nach 15 Min.	18 St. nach der Bestrahlung	40 Min. bestrahlt. Im Weg der Str. ein Glastrog mit Wasser	15 St. nach der Bestrahlung	24 St. nach der Bestrahlung	20 Tage nach der Bestrahlung
5″	0,8	0,8	0,8	1,2	0,6	0,6	1,1	0,6	0,4
30″	1,4	1,4	1,2	2,1	1,1	1,1	1,5	1,1	0,7
60″	1,9	1,8	1,5	2,5	1,3	1,3	1,8	1,3	1,0
2′	2,6	2,2	2,0	3,2	1,7	1,7	2,1	1,6	1,2
3′	3,1	2,5	2,2	3,8	2,0	2,0	2,3	1,8	1,3
5′	3,8	3,2	2,7	4,5	2,3	2,3	2,7	2,1	1,5
10′	4,8	—	3,4	5,6	3,1	—	3,4	2,8	2,0
15′	—	—	—	—	—	—	—	3,2	2,4
20′	—	—	—	—	—	—	—	3,5	2,8
30′	—	—	—	—	—	—	—	4,2	3,3
60′	—	—	—	—	—	—	—	—	4,3

In der Fig. 4 ist der Versuch 19 als Kurve III aufgetragen.

Die Nachwirkung für bestimmte Zeitintervalle und ihre Zuwachse gegen Versuch 1 sind in der folgenden Tabelle (p. 42) zusammengestellt.

Vergleichen wir noch den Versuch 23 mit dem Versuch 1; die Abweichungen übersteigen nicht 0,1 Streifen, die Platte ist folglich wieder in denselben Zustand zurückgekehrt; im Versuch 24 hat sie noch weiter abgenommen. Der Versuch 21, wo im Wege der Strahlen der Bogenlampe ein Glastrog mit 8 cm dicker Wasserschicht gebracht war, die die ultravioletten

Nr. des Versuchs	5″—60″		5″—5′		1′—10′	
	Nachwirkung	Zuwachs in Proz.	Nachwirkung	Zuwachs in Proz.	Nachwirkung	Zuwachs in Proz.
16	1,1	+ 80	3,0	+ 80	2,9	+ 75
17	1,0	+ 70	2,4	+ 50	—	—
18	0,7	+ 15	1,8	+ 15	1,9	+ 20
19	1,3	+ 110	3,3	+ 105	3,1	+ 95
20	0,7	+ 15	1,7	+ 5	1,8	+ 10
21	0,7	+ 15	1,7	+ 5	—	—
22	0,7	+ 15	1,6	± 0	1,6	± 0
23	0,7	+ 15	1,5	− 5	1,5	− 5
24	0,6	± 0	1,1	− 30	1,0	− 40

und ultraroten Strahlen absorbierten, zeigt, daß der sichtbare Teil des Spektrums dieser Wirkung nicht fähig ist. Bei der Beurteilung der Größe der Wirkung ist zu beachten, daß die Platte vollständig versilbert war. Da Silber für ultraviolette Strahlen durchlässig ist, könnte man die Unempfindlichkeit gegen sichtbare Strahlen der Absorbtion im Silber zuschreiben. Daß sichtbare Strahlen unwirksam sind, zeigt aber der folgende Versuch: Die Platte war mit einer dünnen, aber gut leitenden Chlorcalciumlösungschicht bedeckt und durch von zwei Glasspiegeln reflektiertes Sonnenlicht beleuchtet. Der Versuch gehört einer viel späteren Zeit an.

Nr.		3″—5′	5′—10′	10′—15′
1	Seit 2 Wochen im Dunkeln	1,2	0,2	0,2
2	Sonnenlicht seit 10 Minuten	1,1	0,3	0,2
3	10 Stunden im Dunkeln	1,15	—	—

Nach Ausschluß der sichtbaren Strahlen kann der Einfluß der Bogenlampe noch durch ultraviolette oder auch durch ultrarote Strahlen und die damit verbundene Erwärmung bedingt gewesen sein. Um den Einfluß der ultravioletten Strahlen zuerst möglichst rein zu erhalten, wurde als Strahlungsquelle eine aus amorphem Quarz von W. Heräus hergestellte Quecksilberbogenlampe verwendet. Die Lampe wurde in einer Entfernung von 35 cm von der Quarzplatte aufgestellt, so daß die Strahlen die Platte schräg von unten trafen. Die mit der

Bestrahlung verbundene Erwärmung erzeugt eine thermische Deformation von ca. 1 Streifen, die so lange dauert, bis ein stationärer Zustand erreicht wird; wie besondere Versuche zeigten (vgl. auch p. 44), ist es schon nach ca. 1 Min. der Fall. Um diesen Fehler möglichst zu vermeiden, wurde eine Entlastung vorgenommen, erst nachdem die Bestrahlung 3 Min. dauerte. Die Platte war bei diesen Versuchen mit einer dünnen Schicht Chlorcalciumlösung überzogen.

	1	2	3	4
	18 Tage nach der letzten Bestrahlung	Quecksilberlampe	1 Stunde nach der Bestrahlung	24 Stunden nach der Bestrahlung
Nachwirkung in der Zeit 3″—5′	0,8	4,4	2,8	1,6
Zuwachs gegen Vers. 1 in Proz.	—	+ 450	+ 250	+ 100

Bei folgenden Versuchen war die Lampe in 50 cm Entfernung aufgestellt.

	5	6	7	8	9
	27 St. nach der Bestrahl.	Quecksilberlampe seit 2 Min.	Quecksilberlampe seit 50 Min.	30 Min. nach der Bestrahl.	63 St. nach der Bestrahl.
Nachwirkung in der Zeit 3″—5′	1,5	3,4	5,1	3,4	1,9
Zuwachs gegen Vers. 1 in Proz.	+ 90	+ 320	+ 540	+ 320	+ 140

Der Einfluß des Quecksilberlichtes ist noch größer als alle bisher untersuchten; er wächst mit der Dauer der Bestrahlung und verschwindet langsam im Dunkeln. Dieser Einfluß muß unzweifelhaft in erster Linie *dem ultravioletten Licht* zugeschrieben werden. Die Wärmestrahlung war so schwach, daß ein neben der Platte hängendes Thermometer erst nach einer einstündigen Bestrahlung eine Temperaturerhöhung von 1,4° zeigte.

Ob trotzdem auch Wärmestrahlung allein eine ähnliche Wirkung haben kann, wurde in folgender Weise untersucht: An Stelle der Quecksilberlampe wurde ein brennendes Gasofenrohr mit 30 Öffnungen aufgestellt, das die Platte auch ganz bedeutend erwärmte. Es zeigte sich auch hier eine, wenn auch nicht sehr große, Beschleunigung der Nachwirkung; auch dieser Einfluß verschwindet nicht sofort nachdem die Platte ihre frühere Temperatur angenommen hat.

Bei diesen Vesuchen ist aber der durch ungleichmäßige Erwärmung hervorgerufene Fehler besonders groß. Am Anfang und Ende jeder Bestrahlung entsteht eine von der Nachwirkung unabhängige thermische Deformation, die von dieser abgezogen bez. hinzugefügt werden muß. In der folgenden Tabelle (p. 45) tritt dieser Fehler so gesetzmäßig auf, daß eine Korrektion ohne Bedenken zugelassen werden kann. Wir sehen, daß ein neues dynamisches Gleichgewicht schon nach 1,5 Min. erreicht ist und die Korrektion für diese Zwischenzeit $3{,}0 \pm 0{,}1$ Streifen beträgt. Der durch langsame Erwärmung des Apparates als ganzes erzeugte Fehler ist dagegen unbedeutend.

Dieser Versuch wurde an einer anderen, als „Piezoelektrische Quarzplatte II“ bezeichneten Platte ausgeführt. Der Biegungspfeil betrug ca. 1220 Streifen. Die Platte war von einer Chlorcalciumlösungschicht bedeckt.

Für das Intervall 3″—5′ beträgt die Streifenverschiebung 5,6 Streifen; die anzubringende Korrektion ist — 2,3. Es bleibt noch eine Nachwirkung von 3,3 Streifen, während sie vor der Bestrahlung 2,0 Streifen war. Das ist eine Vermehrung um 65 Proz. Die Platte wurde darauf belastet, noch 30 Min. bestrahlt und 40 Min. später wieder untersucht. Die entsprechende Nachwirkung war 2,5 Streifen (um + 25 Proz. mehr); nach weiteren 20 Stunden war sie nur noch 2,2 (+ 10 Proz. gegen die Nachwirkung vor der Bestrahlung).

Es wurde noch die Frage aufgeworfen, ob die besonders intensiv wirkenden ultravioletten Strahlen im Quarz stark absorbiert werden. Es zeigte sich aber, daß eine in den Weg der Strahlen gebrachte 18 mm dicke Quarzschicht den Einfluß auf die Nachwirkung nicht wesentlich verminderte. Es ist außerdem zu bedenken, daß das Licht der Quecksilberbogen-

Piezoelektrische Quarzplatte II.
(Biegungspfeil 1220 Streifen.)

Zeit	Zahl der Streifen		Zeit	Zahl der Streifen	
Das Gasrohr 10 Sek. vor der Entlastung angezündet			25′ 10″	6,8	
			20″	6,2	
3″	0,1		30″	5,7	
30″	2,3		26′ 00″	4,8	
60″	3,4		30″	4,8	
2′	4,6	Bestrahlung	27′	4,9	
3′	5,2		28′	5,0	
5′	5,7		30′	5,3	
5′ 10″	4,9	Ausgelöscht	35′	6,0	
20″	4,4		40′	6,4	
30″	4,0		45′	7,0	
40″	3,6		45′ 10″	7,8	Angezündet
50″	3,3		30″	8,7	
6′ 00″	3,0		46′ 00″	9,7	
30″	2,8		30″	10,1	
7′	2,85		47′	10,4	
8′	3,0		48′	10,8	Bestrahlung
10′	3,3		50′	10,7	
14′	3,9		55′	10,3	
14′ 10″	4,6	Gasrohr	57′	10,0	
20″	5,1	angezündet	60′	9,8	Ausgelöscht
30″	5,6		60′ 10″	9,2	
15′ 00″	6,5		30″	8,0	
30″	7,0	Bestrahlung	61′ 00″	7,0	
16′	7,3		30″	6,8	
18′	7,9		63′	6,9	
20′	7,9		65′	7,2	
25′	7,6	Ausgelöscht	70′	7,9	

lampe eine dünne Wand aus amorphem Quarz durchsetzen muß, bevor es die Platte trifft.

Um sich zu überzeugen, daß die an der „piezoelektrischen Platte I“ gemachten Erfahrungen nicht Eigenschaft speziell dieser Platte waren, wurde noch eine zweite gleich orientierte Platte in gleicher Weise behandelt. Sie zeigte auch genau dasselbe Verhalten.

Bei einem Biegungspfeil von ca. 800 Streifen wurde für die noch niemals bestrahlte Platte II eine Nachwirkung von ca. 0,4 Streifen im Zeitintervall 1″—10′ beobachtet. Nachdem

die Platte während 30 Stunden der Strahlung eines in eine Röhre eingeschmolzenen Präparates von 15 mg. Radiumbromid ausgesetzt gewesen war, stieg die Nachwirkung für dasselbe Zeitintervall auf 4,5 Streifen, d. h. mehr als um das Zehnfache. Auch da wächst der Einfluß mit der Dauer der Bestrahlung, wie z. B. aus folgender Tabelle zu ersehen ist.

	Ein Monat nach d. letzten Bestrahlung	Radium seit 5 Min.	Radium seit 40 Min.	Radium seit 12 St.
Nachwirkung 5″—5′	1,0	1,15	1,5	2,8
Zuwachs gegen 1 in Proz.	—	+ 15	+ 50	+ 180

Röntgenstrahlen, deren Intensität aber viel schwächer war, als in den an der Platte I gemachten Versuchen, erhöhten, nachdem sie ca. 30 Min. die Platte II durchsetzten, die Nachwirkung für das Zeitintervall 3″—5′ von 2,0 auf 4,0 Streifen.

Die Quecksilberbogenlampe (ultraviolettes Licht) erhöhte die entsprechende Nachwirkung von 1,2 auf 3,6 Streifen.

Dagegen blieb die Platte II, wie die Platte I ganz unempfindlich gegen Sonnenlicht, das auch nach 30 Min. den Verlauf der Nachwirkung nicht merklich beeinflußte. [1])

In den ionisierenden Strahlen haben wir somit ein Mittel, die Nachwirkung in piezoelektrischen Quarzplatten stark zu beschleunigen und infolgedessen auch genauer zu messen. Das gibt uns zugleich die Möglichkeit, die für die Art der Nachwirkung so wichtige Frage nach dem Einfluß einer leitenden Oberflächenschicht mit besserem Erfolge zu lösen. In Platten, deren Leitfähigkeit künstlich erhöht wurde, zeigte sich in der Tat ein unverkennbarer Einfluß einer solchen Schicht auf den Verlauf der Nachwirkung in dem aus der gemachten Annahme sich ergebenden Sinne. Eine äußere Leitung eröffnet danach für den elektrischen Ausgleich einen neuen Weg parallel der

1) Bei den beiden letzten Strahlungsarten war die Platte mit einer Schicht Chlorcalciumlösung bedeckt; bei Bestrahlungsversuchen mit Ra- und *X*-Strahlen war ihre Oberfläche rein. Die Bedeutung einer solchen Schicht wird aus dem Folgenden ersichtlich.

optischen Achse. Die in folgender Tabelle zusammengestellte Beobachtungsreihe läßt erkennen, daß der durch Bestrahlung beschleunigte Ausgleich zum größten Teil diesen Weg geht. Fehlt eine äußere Leitung, so verläuft die Nachwirkung auch kurz nach einer Bestrahlung ebenso langsam wie vorher; von einem Einfluß der vorangegangenen Bestrahlung ist nichts zu merken; er tritt aber sofort zutage, sobald die äußere Leitung auf irgend eine Weise ermöglicht wird (durch eine gut leitende Oberflächenschicht oder auch durch ionisierte Luft).

Piezoelektrische Quarzplatte II.
(Biegungspfeil 1200 Streifen.)

Zeit	1	2	3	4	5	6	7	8
	Reine Oberfläche		Mit Schwefelsäure bestrichen		Reine Oberfläche			
						Radium seit 1 Minute	Radium seit 10 Stund.	Radium seit 17 Stund.
3″	0,9	0,55	0,4	0,2	0,65	0,3	0,3	0,8
30″	1,2	0,85	0,8	0,6	0,0	0,65	1,1	1,6
60″	1,35	1,0	0,9	0,75	1,1	0,8	1,35	2,0
2′	1,5	1,15	1,05	0,9	1,25	1,0	1,9	2,65
5′	1,75	1,45	1,35	1,1	1,5	1,2	2,8	3,6
Nachw. 3″—5′	0,85	0,9	0,95	0,9	0,85	0,9	2,5	2,8

Zeit	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	Reine Oberfläche				Schwefelsäure	Reine Oberfläche				Phosphorsäure
	X-Strahlen seit 30 Min.	Nicht bestr. (n. 90 Min. Bestrahlung)	Radium seit 1 Min.	1 Stunde nicht bestr.	1,5 Stunde nicht bestr.	2 Stunden nicht bestr.	Radium seit 1 Min.	Radium seit 10 St.	1 Min. nicht bestrahlt	nicht bestrahlt
3″	0,2	0,1	0,7	0,7	0,9	0,9	0,1	0,5	0,1	0,0
30″	1,4	0,4	1,3	1,0	1,8	1,2	0,7	1,2	0,5	0,8
60″	2,0	0,6	1,85	1,15	2,2	1,4	1,1	1,6	0,6	1,3
2′	2,8	0,8	2,6	1,35	2,9	1,6	1,65	2,2	0,8	1,9
5′	4,2	1,2	4,0	1,8	3,9	2,0	2,6	3,4	1,1	2,8
Nachw. 3″—5′	4,0	1,1	3,3	1,1	3,0	1,1	2,5	2,9	1,0	2,8

Aus der Tabelle ergibt sich noch der Schluß, daß die Bestrahlung in erster Linie der Leitung in der Richtung der kristallographischen Hauptachse zugunsten kommt und bringt sie somit auch bei der Nachwirkung in den Vordergrund. Nur bei Platten, die noch niemals oder seit langer Zeit nicht mehr bestrahlt waren, wird die Nachwirkung auch in Anwesenheit einer äußeren Leitung durch eine Leitung in der Dickenrichtung bedingt.

Sehr deutlich tritt die Bedeutung einer äußeren Leitung in den beiden folgenden Versuchen hervor. Die Oberfläche war in beiden Fällen rein; die äußere Leitung war im ersten Falle nur *während* der Bestrahlung durch ionisierte Luft möglich, im zweiten war die Luft auch nach Aufhören einer Bestrahlung mit *X*-Strahlen durch ein Radiumpräparat ionisiert, doch so, daß die Platte vor direkten Radiumstrahlen geschützt war. Zu Anfang jedes Versuches war die Platte schon 30 Min. Röntgenstrahlen ausgesetzt und besitzt folglich eine große Leitfähigkeit. Die *X*-Strahlen waren im ersten Falle viel intensiver als im zweiten.

Piezoelektrische Quarzplatte II.

(Biegungspfeil 1250 Streifen.)

T	I. Versuch		II. Versuch	
3″	0,2	Bestrahlt mit *X*-Strahlen	0,6	Bestrahlt mit *X*-Strahlen
30″	1,4		1,2	
60″	2,0		1,7	
2′	2,8		2,3	
3′	3,3		2,8	
5′	4,2		3,4	
Nachwirkung 3″—5′	4,0		2,8	
6′	4,3	Nicht bestrahlt	3,6	Nicht bestrahlt
8′	4,35		3,9	
10′	4,4		4,1	
Nachwirkung 5″—10′	0,2		0,7	

T	I. Versuch		II. Versuch	
11′	5,0	Bestrahlt	4,3	Bestrahlt
13′	5,6		4,8	
15′	6,1		5,1	
Nachwirkung 10′—15′	1,7		1,0	
16′	6,1	Nicht bestrahlt	5,15	Nicht bestrahlt
18′	6,2		5,3	
20′	6,25		5,45	
Nachwirkung 15′—20′	0,15		0,35	
21′	6,45	Bestrahlt	5,6	Bestrahlt
23′	6,8		5,9	
25′	7,2		6,1	
Nachwirkung 20′—25′	0,95		0,65	
26′	—	Nicht bestrahlt	6,2	Nicht bestrahlt
28′	7,2		6,3	
30′	7,3		6,4	
Nachwirkung 25′—30′	0,1		0,3	
31′	7,5	Bestrahlt	6,5	Bestrahlt
33′	7,9		6,75	
35′	8,25		6,9	
Nachwirkung 30′—35′	0,95		0,5	
36′	—	Nicht bestrahlt	6,95	Nicht bestrahlt
40′	8,4		7,1	
Nachwirkung 35′—40′	0,15		0,2	
41′	8,6	Bestrahlt	7,2	Bestrahlt
45′	9,1		7,45	
Nachwirkung 40′—45′	0,7		0,35	
45′—50′	Nicht bestrahlt	0,1	Nicht bestrahlt	0,2
50′—55′	Nicht bestrahlt	0,1	Nicht bestrahlt	0,2
55′—60′	Nicht bestrahlt	0,05	Bestrahlt	0,35
60′—65′	Bestrahlt	0,75	Nicht bestrahlt	0,7
65′—75′	Nicht bestrahlt	0,2		
75′—80′	Bestrahlt	0,15		

T	I. Versuch		II. Versuch	
80′— 90′	Nicht bestrahlt	0,05	Nicht bestrahlt	0,3
90′— 95′	Bestrahlt	0,1	Bestrahlt	0,15
95′—100′	Nicht bestrahlt	01,		
100′—105′	Bestrahlt	0,05		
105′—115′	Nicht bestrahlt	0,05		

Bei näherer Betrachtung des ersten Versuches fällt eine Eigentümlichkeit auf: Am Anfang jeder Bestrahlung ist die Geschwindigkeit der Nachwirkung abnorm groß; sie ist sogar größer, als am Ende der vorhergegangenen, so z. B. für die Zeit 10′—11′; nach einer noch längeren Pause ist die Nachwirkung besonders groß, so für das Zeitintervall 60′—65′. Wir können das in folgenderweise leicht erklären. Während einer Bestrahlung fließt die die Nachwirkung erzeugende elektrische Strömung aus dem Innern der Quarzplatte zu ihren schmalen Seitenflächen um von da aus durch ionisierte Luft zu den breiten Flächen zu gelangen. In der Breitenrichtung stellt sich ein Potentialabfall her, der während einer Pause wieder ausgeglichen wird. Bei der nächsten Bestrahlung liegen die Verhältnisse für die Strömung wieder günstiger, die Nachwirkung wird beschleunigt.

Der Versuch I ist für uns noch in einer anderen Richtung besonders wichtig. Der Verlauf der Nachwirkung in den letzten 40 Min. zeigt, daß sie fast vollständig abgelaufen ist: auch bei intensiver Bestrahlung verläuft sie so langsam, daß sie kaum noch beobachtet werden kann. Die gesamte im Verlauf von 2 Stunden beobachtete Nachwirkung war 10,6 Streifen. Die für die ersten 3 Sek. extrapolierten 0,3 Streifen müssen noch hinzugefügt werden. Es folgt dann **10,9** Streifen, während die theoretisch berechnete, sekundäre, elektrische Deformation 11,3 Streifen beträgt. Die Übereinstimmung ist jedenfalls bemerkenswert.

Die im vorigen festgestellte Bedeutung einer Oberflächenleitung führt noch zu der Frage nach den Teilen der Oberfläche, die dabei in Betracht kommen. Es zeigte sich, daß die Nachwirkung ihren vollen Wert nur dann erreicht, wenn sowohl die schmalen, wie auch die breiten Flächen leitend sind; die ersteren oder die letzteren allein beeinflussen den Verlauf der Nachwirkung nur sehr wenig. Dabei kommt nur

der mitten zwischen den Schneiden liegende Teil der Quarzplatte in Frage, der am meisten deformiert wird. Auch das steht im vollen Einklang mit der gemachten Annahme.

Alle bisher mitgeteilten Versuche beziehen sich auf eine Entlastungsnachwirkung. Einige Belastungsversuche ergaben eine mit dieser gut übereinstimmende Nachwirkung.

Die in den Tabellen zusammengestellten Beobachtungen wurden bei verschiedener Temperatur (17—20° C.) und verschiedener Belastungsdauer (1,5—40 Stunden) vorgenommen. Da wir es hier mit einer von der elastischen Nachwirkung abweichenden Erscheinung zu tun haben, haben wir auch den Einfluß dieser beiden Faktoren einer besonderen Untersuchung zu unterziehen. Um gut meßbare Werte der Nachwirkung zu erhalten, mußten Platten mit erhöhter Leitfähigkeit genommen werden. Der durch die zeitliche Abnahme dieser Leitfähigkeit bedingte Fehler wurde dadurch vermindert, daß die Versuche lange Zeit nach einer Bestrahlung begannen; der Zustand war dann nahezu stationär. Die im folgenden wiedergegebene Beobachtungsreihe dauerte 16 Stunden. Während jedes einzelnen Versuches blieben die Temperaturschwankungen innerhalb 0,5 Grad. Der besseren Übersicht wegen ist die Stellung der Streifen zurzeit 3″ gleich 0 gesetzt.

Piezoelektrische Quarzplatte II.
(Biegungspfeil 1250 Streifen. Oberfläche mit $CaCl_2$ bedeckt.)

	1	2	3	4
	$t = 18{,}6°$ C.	$t = 25{,}1°$ C.	$t = 9{,}2°$ C.	$t = 17{,}1°$ C.
3″	0,0	0,0	0,0	0,0
30″	0,8	0,95	0,8	0,6
60″	1,15	1,3	1,0	0,9
2′	1,5	1,7	1,3	1,2
3′	1,75	2,05	1,5	1,4
5′	2,1	2,5	1,8	1,8
10′	2,65	3,2	2,1	2,2
15′	2,9	3,6	2,3	2,6
20′	3,1	3,9	2,5	2,9
30′	3,5	4,3	2.75	3,3

Die Geschwindigkeit der Nachwirkung steigt (wie auch die Leitfähigkeit) mit steigernder Temperatur. Zu quantita-

tiven Schlüssen sind diese Versuche nicht verwendbar, da, wie wir schon gesehen haben (vgl. p. 44), die einer tieferen Temperatur entsprechende Nachwirkung sich nach einer Erwärmung äußerst langsam einstellt.

Was den Einfluß der Belastungsdauer betrifft, so zeigte sich, daß er durch das Superpositionsprinzip mit genügender Genauigkeit dargestellt werden kann. Man hat von der Entlastungsnachwirkung die Belastungsnachwirkung abzuziehen, die zu dieser Zeit bestehen würde, wenn sie ungehindert weiter laufen könnte. In folgender Tabelle sind neben den beobachteten (zurzeit 3″ gleich 0 gesetzt) die aus dem Versuch 5 nach dem Superpositionsprinzip berechneten Werte zusammengestellt. Zu Anfang der Versuchsreihe war die Platte seit einigen Tagen nicht mehr bestrahlt und seit 11 Stunden unbelastet.

Piezoelektrische Quarzplatte II.

(Oberfläche mit einer Chlorcalciumlösungsschicht bedeckt.)

	1		2		3		4		5
Belast.-Dauer	15 Sek.		1 Min.		5 Min.		20 Min.		3 St.
Zeit	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.
3″	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15″	0,2	0,2	0,35	0,35	0,35	0,4	0,4	0,4	0,4
30″	0,3	0,25	0,45	0,45	0,5	0,55	0,6	0,6	0,6
60″	0,35	0,35	0,55	0,55	0,7	0,8	0,85	0,85	0,9
2′	0,4	0,35	0,7	0,65	0,95	1,0	1,15	1,15	1,2
3′	0,45	0,4	0,8	0,75	1,1	1,15	1,35	1,3	1,4
5′	0,45	0,4	0,9	0,85	1,2	1,4	1,6	1,6	1,8
7′	—	—	—	—	1,25	1,4	1,7	1,7	1,95
10′	—	—	—	—	1,35	1,45	1,8	1,8	2,2
12′	—	—	—	—	—	—	1,85	1,9	2,35
15′	—	—	—	—	1,4	1,5	1,95	2,0	2,6
20′	—	—	—	—	—	—	2,05	—	2,9
25′	—	—	—	—	—	—	—	—	3,1
30′	—	—	—	—	—	—	2,2	—	3,3

Die folgenden Versuche unterscheiden sich dadurch, daß der stationäre Zustand während einer schon 10 Stunden dauernden Radiumbestrahlung benutzt wurde.

Piezoelektrische Quarzplatte II.

	1		2
Belast.-Dauer	5 Minuten		2 Stunden
Zeit	beob.	ber.	beob.
3″	0,0	0,0	0,0
30″	0,8	0,8	0,9
60″	1,2	1,15	1,4
2′	1,7	1,6	2,0
3′	—	—	2,4
5′	—	—	3,0

Wird die Entlastung zu einer Zeit vorgenommen, wo die Belastungsnachwirkung unmerklich geworden ist, so darf man die Belastungsdauer als unendlich lang ansehen. Für Platten mit erhöhter Leitfähigkeit ist es praktisch schon nach 30 Min. der Fall.

Quarzplatte I.

Oberfläche	Feucht		Rein	
Belastungs-dauer	1,5 Stunden	10 Stunden	5 Stunden	10 Stunden
3″	0,0	0,0	0,0	0,0
30″	0,2	0,2	0,1	0,1
60″	0,3	0,3	0,15	0,2
2′	0,45	0,5	0,2	0,25
5′	0,7	0,8	0,35	0,3

Quarzplatte II.

Oberfläche	Feucht		Rein	
Belastungs-dauer	1 Stunde	15 Stunden	1 Stunde	4,5 Stunden
3″	0,0	0,0	0,0	0,0
30″	0,2	0,2	0,1	0,1
60″	0,3	0,25	0,1	0,1
2′	—	—	—	—
5′	0,5	0,5	0,15	0,15

Auch für eine Platte mit langsam verlaufender Nachwirkung dürfen wir, wie aus vorstehenden Tabellen zu ersehen

ist, für die Nachwirkung in der ersten Minute eine Belastungsdauer von 1 Stunde schon als genügend ansehen.

Der beobachtete Einfluß der Belastungsdauer ist vom angenommenen Standpunkte leicht verständlich. Bei einer Entlastung superponiert sich die durch Deformation entwickelte Elektrizität der noch zurückgebliebenen Belastungselektrizität vom entgegengesetzten Vorzeichen. Die Potentialdifferenzen sind umso größer, je mehr sich die früheren ausgeglichen haben; in erster Annäherung kann auch die elektrische Strömung aus dem Superpositionsprinzip abgeleitet werden.

Wir müssen noch einen Einwand erwähnen, der gegen die Bestrahlungsversuche erhoben werden kann. Außer dem Einfluß auf die Nachwirkung durch Vergrößerung der Leitfähigkeit kann eine Bestrahlung noch eine direkte Biegung der Quarzplatte erzeugen, in dem sie im Inneren Kathodenstrahlen auslöst, die eine positive räumliche Ladung zurücklassen, was nach dem früheren eine Biegung der piezoelektrischen Quarzplatte zur Folge haben muß. Außerdem muß am Anfang und Ende jeder Bestrahlung ein thermischer Fehler berücksichtigt werden, besonders bei Radium, wo ein anders temperierter Körper in die unmittelbare Nähe der Platte gebracht wird. Es wurde untersucht, welchen Einfluß die Bestrahlung auf eine gar nicht belastete Quarzplatte hat. Dieser Einfluß war aber so klein, daß er kaum den möglichen thermischen Fehler überstieg; eine Biegung durch innere Ladung konnte nicht mit voller Sicherheit nachgewiesen werden. Die Versuche zeigten aber, daß diese Fehler im ganzen kleiner als 0,2 Streifen in 10 Min. sind.

Die ionisierenden Strahlen beschleunigen den Verlauf der Nachwirkung; nach der Bestrahlung nähert sich die Quarzplatte assymptotisch in bezug auf die Geschwindigkeit der Nachwirkung dem früheren Zustand; es bleibt aber eine Veränderung zurück, die in einer verminderten Empfindlichkeit gegen neue Bestrahlung ihren Ausdruck findet. Mit Sicherheit ist diese Ermüdung nach längerer Bestrahlung mit ultraviolettem Licht (Quecksilberbogenlampe) festgestellt worden und zwar sowohl bei der Platte I, wie bei der Platte II.

Piezoelektrische Quarzplatte I.

	Erste Bestrahlung		Zweite Bestrahlung		Dritte Bestrahlung	
	Vor der Bestrahlung	Quecksilberlampe in 35 cm Entf. seit 3 Min.	Vor der Bestrahlung	Quecksilberlampe in 50 cm Entf. seit 3 Min.	Vor der Bestrahlung	Quecksilberlampe in 50 cm Entf. seit 3 Min.
Nachw. 3″—5′	0,8	4,4	1,5	3,4	2,0	2,8

Noch weiter kann man denselben Prozeß bei der Platte II verfolgen. Die erste Bestrahlung mit der Quecksilberlampe erhöhte sofort die Nachwirkung für das Zeitintervall 3″—5′ von 1,15 auf 3,6 Streifen. Nachdem die Platte inzwischen einige Stunden dem ultravioletten Licht ausgesetzt war ist der Einfluß des Quecksilberlichtes viel geringer geworden, wie es die folgende Tabelle deutlich zeigt.

Piezoelcktrische Quarzplatte II.
(Nach stundenlanger Bestrahlung.)
Mit einer Chlorcalciumlösungsschicht bedeckt.

	1	2	3	4	5	6	7	8
	Vor der neuen Bestrahl.	Quecksilberl. seit 3 Min.	Quecksilberl. s. 10 Min	Bestrahlt seit 1 Stunde	1,5 St. nach der Bestrahl.	5 St. nach der Bestrahl.	Quecksilberl. s. 3 Min.	Bestrahlt seit 1 Stunde
Nachw. 3″—5′	1,6	2,0	2,6	3,2	2,6	2,1	2,4	3,4

Eine kurzdauernde Bestrahlung hat jetzt die Nachwirkung viel weniger verändert als im Anfang; erst nach einstündiger Bestrahlung wird eine Nachwirkung erreicht, die bei der ersten Bestrahlung nach wenigen Minuten erzeugt war. Folgende Tabelle, die eine Fortsetzung derselben Beobachtungsreihe bildet, bringt die Unempfindlichkeit gegen Röntgenstrahlen zum Ausdruck. Bei einem früheren Versuch erhöhten Röntgenstrahlen in 30 Min. die Nachwirkung für die Zeit 3″—5′ nach der Entlastung von 2,0 auf 4,0 Streifen. Die Intensität der bei folgenden Versuchen verwendeten *X*-Strahlen war nach

einer Messung des Hrn. Dr. Angerer 20 mal größer, als früher; der Einfluß auf die Leitfähigkeit war aber kleiner.

	9	10	11	12	13
	2,5 Stunden nach der Bestrahlung	*X*-Strahlen seit 10 Sek.	*X*-Strahlen seit 30 Min.	*X*-Strahlen seit 45 Min.	9 Stunden nach der Bestrahlung
Nachw. 3″—5′	2,3	2,5	3,3	3,8	2,5

Jetzt haben die intensiven Strahlen in 30 Min. die Nachwirkung von 2,3 auf 3,3 erhöht.

Die noch weiter fortgesetzte Behandlung mit ultraviolettem Licht hat die Empfindlichkeit der Platte II noch weiter herabgesetzt. Die Unempfindlichkeit hat aber den Betrag der Nachwirkung nicht verändert, da sowohl die piezoelektrische, wie auch die Dielektrizitätskonstante auch bei einer ganz unempfindlichen Platte dieselben Werte ergaben, wie sie für „den“ Quarz von J. Curie [1]) gefunden wurden.

Es ist mir nicht gelungen, eine verminderte Empfindlichkeit wieder zu vergrößern. Eine Bestrahlung mit Radium ruft im Quarz bekanntlich eine dunkle Färbung hervor, die bei hohen Temperaturen rasch verschwindet; die Unempfindlichkeit bleibt dagegen auch nach einer starken Erhitzung bestehen. So wurde die Platte II auf 350° erhitzt und mehrere Stunden hindurch bei über 200° C. gehalten; ein vorhandener Radiumfleck ist dabei spurlos verschwunden, die Empfindlichkeit ist eher noch weiter zurückgegangen.

Wird die Quarzplatte auf den Lagerschneiden umgedreht, so wechselt das Vorzeichen der bei der Biegung entstehenden Elektrizität. Die Platte ist dabei für beide Vorzeichen gleich unempfindlich.

Der Grad der Unempfindlichkeit, in den die Platte durch das ultraviolette Licht schließlich versetzt wurde, ist aus folgender Tabelle ersichtlich.

1) J. Curie Ann. de chimie et phisique (3) **17.** p. 385—434. 1889.

Piezoelektrische Quarzplatte II.

	Reine Oberfläche	Oberfläche mit Cl_2Ca bedeckt					
	Nicht bestrahlt	Nicht bestrahlt	Queck-silberl. s. 3 Min.	Queck-silberl. s. 20 Min.	3 Stunden nach der Bestrahl.	18 St. nach der Bestrahl.	Queck-silberl. seit 1 St.
Nachw. 3″—5′	0,15	0,7	0,7	1,1	1,0	0,8	1,0

Auch nach sechs Monaten war die Platte noch ebensowenig empfindlich.

b) Elektrische Leitfähigkeit.

Die an piezoelektrischen Quarzplatten beobachtete Nachwirkung haben wir durch Ableitung der bei der Deformation entstandenen Elektrizität zu erklären gesucht. Der Verlauf der Nachwirkung war verschiedenen Einflüssen unterworfen, die unter dem angenommenen Gesichtspunkte auch auf die Leitfähigkeit wirken mußten. Zu einer vollständigen Erklärung brauchten wir noch spezielle Annahme über die Leitung in verschiedenen kristallographischen Richtungen. Die Eigenschaften der Leitfähigkeit, die aus der Nachwirkungsuntersuchung gefolgert wurden, können wir folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die Leitfähigkeit des Quarzes ist sehr klein.
2. In der Richtung der optischen Achse ist sie viel größer als senkrecht zu ihr.
3. Sie wird bedeutend vergrößert bei Bestrahlung mit Radium-, *X*-Strahlen und ultraviolettem Licht.
4. Mit der Dauer der Bestrahlung wächst die Leitfähigkeit und verschwindet nach einer Unterbrechung der Bestrahlung allmählich im Verlaufe von vielen Tagen.
5. Nach einer langdauernden Bestrahlung mit ultraviolettem Licht vermindert sich die Empfindlichkeit gegen eine neue Bestrahlung.
6. Der Einfluß auf die Leitfähigkeit parallel zur Achse ist viel größer als auf die an sich kleine Leitfähigkeit senkrecht zur Hauptachse.

Die beiden ersten Eigenschaften sind aus der Untersuchung von J. Curie [1]) bekannt.

Für die Leitfähigkeit des Quarzes bezogen auf Quecksilber hat er gefunden: in der Hauptachse $8 . 10^{-19}$, senkrecht zur Hauptachse $3 . 10^{-21}$. [2])

Die vier letzten Folgerungen sind dagegen zunächst willkürliche Annahmen, die noch einer experimentellen Bestätigung bedürfen. Für unseren Zweck genügt es an dieser Stelle [3]) eine Vergrößerung der Leitfähigkeit kurze Zeit *nach* einer Bestrahlung nachzuweisen. Wir vermeiden dann manchen Fehler, der *während* der Bestrahlung durch leitende Luft verursacht wird.

Die Methode zur Untersuchung der Elektrizitätsleitung bestand im folgenden: an eine senkrecht zu der gewünschten kristallographischen Richtung ausgeschnittene Quarzplatte wurden zwei Stanniolkreise (Fig. 5) mit flüssigem Gummiarabicum befestigt. Durch einen zur Isolation freigelassenen Ring getrennt, wurde der übrige Teil der Platte auch mit Stanniol belegt und zur Erde abgeleitet. Die eine Kreisbelegung wurde mit einem Thomsonelektrometer verbunden und für gewöhnlich zur Erde abgeleitet, die andere konnte zu einem bestimmten Zeitmoment mit einer Hochspannungsbatterie verbunden werden. Wird dann auf der anderen Seite die Erdleitung abgehoben, so fließt Elektrizität von der Batterie durch die Platte zu dem mit ihr verbundenen Quadrantenpaar. Aus dem Zuwachs des Potentials und der bekannten Kapazität des Systems bestimmt sich die pro Zeiteinheit zufließende Elektrizitätsmenge, und dann aus dieser, der Potentialdifferenz, dem Querschnitt und Abstand beider Belegungen die spezifische Leitfähigkeit in der Richtung der Strömung.

Fig. 5.

Die so berechnete Leitfähigkeit nimmt mit der Ladungsdauer ab. Wird zu einem späteren Zeitmoment die geladene

---

1) J. Curie, Ann. de chimie et physique (3) **18.** p. 203—269.

2) Unter Leitfähigkeit ist hier nach Curie die Leitfähigkeit 1 Min. nach dem Stromschluß verstanden.

3) Eine ausführliche Untersuchung der Elektrizitätsleitung in Kristallen erscheint demnächst. Es wird da auch eine genauere Beschreibung und Begründung der Methode gegeben.

Fläche wieder zur Erde abgeleitet, so entsteht auf der anderen Seite ein dauernder Zufluß der entgegengesetzten Elektrizität, der allmählich verschwindet. Die Platte verhält sich wie ein mit Rückstand oder Polarisation behaftetes Medium, nur daß, im Gegensatz zu flüssigen Elektrolyten, die elektromotorische Kraft der Polarisation langsam wächst und viel größere Werte erreicht. Schreiben wir die Abnahme der Stromstärke der ansteigenden Gegenspannung zu, dann haben wir die Leitfähigkeit aus der Stromstärke zurzeit $t = 0$ zu berechnen, denn nur dann ist die Potentialdifferenz der Akkumulatorenspannung gleich. Von den beobachteten Elektrizitätsmengen sind die ersten für die Leitung am meisten charakteristisch.

Zur Bestimmung der Stromstärke wurde die mit dem Elektrometer verbundene Belegung zu einem bestimmten Moment auf 15 Sek. isoliert und der Ausschlag des Elektrometers nach dieser Zeit bestimmt, dann wurde sie wieder zur Erde abgeleitet. Die höchste dabei auftretende Spannung lag unterhalb 1,5 Volt, während die andere Belegung auf einem Potential von 40—200 Volt gehalten wurde, so daß die Potentialdifferenz als konstant betrachtet werden kann. Bezeichnen wir sie mit V, den Ausschlag des Elektrometers in 15 Sek. A, die Empfindlichkeit des Elektrometers sei N Skt. pro 1 Volt, die Kapazität des Systems C cm, der Flächeninhalt der Belegungen F cm², und ihr Abstand D, dann berechnet sich die spezifische Leitfähigkeit in der Dickenrichtung

$$\lambda = \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \frac{C \cdot A \cdot D}{15 \cdot N \cdot V \cdot F}.$$

Für $C = 180$ cm und $N = 170$ folgt:

$$\lambda = 0{,}8 \cdot 10^{-13} \frac{A\,D}{V \cdot F} \frac{1}{\text{Ohm}},$$

oder bezogen auf Quecksilber

$$l = 0{,}76 \cdot 10^{-17} \frac{A \cdot D}{V \cdot F}.$$

Für Leitfähigkeiten über 10^{-17} wurde noch ein Luftkondensator mit 0,0145 Mikrof. = 13,050 cm Kapazität angeschaltet, wodurch die Empfindlichkeit im Verhältnis

$$\frac{13{,}050}{180} = 72{,}7$$

verringert wird.

In einigen Fällen wurde auch die Isolationsdauer vermindert. Die Reduktion auf normale Verhältnisse geschieht nach der einfachen Proportionalitätsregel.

Für die Untersuchung der Leitfähigkeit in der Richtung der Hauptachse wurden zwei Platten, die Quarzplatten $\perp$ zur Achse I und II benutzt. In folgenden Tabellen, die einige dieser Beobachtungen darstellen, gibt die erste Kolumne die Zeit nach der Ladung an, zu der das Elektrometer isoliert wurde; die anderen den Ausschlag des Elektrometers in 15 Sek. Die mit Stanniol belegte Fläche war 2 cm², die Dicke der Platte 2 mm.

Quarzplatte $\perp$ zur Achse I.

1	2	3	4	5	6	7		8	
Vor d. Bestr.	5 Min. mit *X*-Strahlen bestrahlt			noch 5 Min. bestrahlt				10 Min. mit *X*-Str. bestr.	
	5 Min. nach der Bestrahl.	1 St. nach der Bestrahl.	72 St. nach der Bestrahl.	1 St. nach der Bestrahl.	56 St. nach der Bestrahl.	1 Monat nach der Bestrahlung		25 Min. nach d. Bestrahl.	
+40V.	+40V.	+40V.	−40V.	+40V.	+40V.	+8V.	a. 40 V. reduz.	+8V.	a. 40 V. reduz.
15″	+50	+600	+225	−70	+1500	+150	+27	+135	+300	+1500
1′	+43	+240	+150	−55	+1000	+115	+20	100	+220	1100
2′	+40	+200	+140	−50	+ 600	+ 95	+17	85	+190	950
5′	+40	+155	+110	−45	+ 400	+ 85	+14	70	—	—
10′	+43	+105	+ 90	−47	+ 300	—	—	—	—	—
20′	+43	+ 95	+ 75	—	+ 200	—	—	—	—	—

Der Einfluß der *X*-Strahlen tritt in der Tabelle deutlich hervor.

Den Verlauf der Leitfähigkeit für längere Ladungsdauer, sowie den sehr bedeutenden Temperatureinfluß zeigen folgende Tabellen.

Quarzplatte ⊥ zur Achse I.

+ 100 Volt (dauernd)			+ 100 Volt (dauernd)		
Zeit	1 Monat nach der letzten Bestrahlung		Zeit	1 Monat nach der letzten Bestrahlung	
5″	+270		36h	+240	$t=20^0$
1′	200		52h	240	20
2′	210		70h	170	20
5′	240		192h	145	20,5
30′	250		196h	500	32
4h	250		240h	130	20
23h	210	$t=19^0$	312h	130	20,8
28h	275	21,2°	450h	130	20,5

Quarzplatte ⊥ zur Achse II.

1			2		
− 100 Volt			− 100 Volt		
Zeit	Nicht bestrahlt		Zeit	Nach einer Erhitzung auf 350°	
5″	−280	$t=23^0$	5″	−285	$t=22^0$
1′	220		1′	270	
2′	210		2′	220	
5′	200		3′	195	
10′	180		5′	160	
20′	165		7′	140	
30′	150		10′	135	
60′	135		6h	100	21
3h	125		20h	80	20,2
17h	125	$t=20,5$	30h	85	20,6
20h	140	21,2	45h	92	20,8
25h	160	22	93h	80	19,5
45h	170	22,2	117h	65	18
48h	180	22,4			

Der Temperaturkoeffizient der Leitfähigkeit würde nach diesen Beobachtungen 15—20 Proz. pro 1° C. betragen.

Auch auf die Leitfähigkeit der Quarzplatte II war der Einfluß einer Bestrahlung ebensogroß.

Quarzplatte ⊥ zur Achse II.

Zeit	3		4		5		6	
	15 Min. bestr. mit *X*-Strahlen nach 40 Min.		Nach 15 Stunden		Nach 24 Stunden		75 Min. mit *X*-Strahlen bestrahlt	
	− 100 V. Kapazität 0,0145 Mf.	Auf norm. Kapazität seduziert	− 100 V. Kapazität 0,0145 Mf.	Auf norm. Kapazität reduziert	− 100 V. Kapazität 0,0145 Mf.	Auf norm. Kapazität reduziert	+ 2 V. Kapazität 0,0145 Mf.	Auf 100 V. und norm. Kapazität reduziert
5″	−400	30,000	−75	5700	−68	4800	+25	95,000
3′	− 80	6,000	—	—	—	—	+ 5	23,000

Nach 75 Minuten Bestrahlung mit *X*-Strahlung ist die Leitfähigkeit im Verhältnis

$$\frac{95{,}000}{280} = 340$$

größer als vor der Bestrahlung.

Der Einfluß des ultravioletten Lichtes (es wurde dieselbe Quecksilberbogenlampe verwendet, wie bei der Untersuchung der Nachwirkung) ist auch auf die Leitfähigkeit sehr groß.

In allen folgenden Beobachtungen war die Kapazität des Elektrometers 0,0145 Mikrof. und die Potentialdifferenz 200 V. Zum Vergleich mit den früheren Beobachtungen an derselben Platte müssen die Zahlen deshalb mit 36 multipliziert werden.

Quarzplatte ⊥ zur Achse II.

	1	2	3	4	5	6	
	5 Monate nach der Bestrahl.	2 Min. mit ultraviol. Licht best. N. 10 Min.	11 Tage nach der Bestrahl.	2 Min. bestr. nach 7 Min.	30 Min. nach der Bestrahl.	30 Minuten mit ultraviolettem Licht bestrahlt. Nach 7 Min.	
	− 200 V. $t = 13°$	− 200 V. $t = 14{,}5°$	− 200 V. $t = 20{,}4°$	− 200 V. $t = 20{,}2°$	− 200 V. $t = 19{,}4°$	− 100 V. $t = 18{,}8°$	a. 200 V. reduz.
5″	−9	−175	−18	−220	−150	−300	−600
1′	−4,5	− 45	−14	− 70	− 55	− 75	−150
2′	−4,5	− 25	−14	− 47	− 31	—	—
5′	−4,5	− 15	−14	− 30	− 23	− 32	− 64
25′	—	− 9	—	—	—	—	—
1h	−2,5	—	—	—	—	—	—

Nach längerer Bestrahlung mit ultraviolettem Licht wird der Einfluß einer neuen Bestrahlung auf die Leitfähigkeit viel kleiner.

	7		8		9		10
	26 Stunden nach der Bestrahlung		30 Minuten mit ultraviolettem Licht bestrahlt. Nach 7 Minuten		90 Minuten mit ultraviolettem Licht bestrahlt. Nach 7 Minuten		65 St. nach der Bestrahl.
	−100 V. $t=20{,}8^0$	a. 200 V. reduz.	−100 V. $t=19{,}4^0$	a. 200 V. reduz.	−100 V. $t=19{,}4^0$	a. 200 V. reduz.	−200 V. $t=20^0$
5″	−70	−140	−260	−520	−280	−560	−60
1′	−40	− 80	− 70	−140	− 78	−156	−42
5′	−20	− 40	− 27	− 54	− 35	− 70	−34

	11		12		13		14		15		16		17
	2 Min. bestrahlt. Nach 10 Min.		20 St. nach der Bestrahlung		2 Min. bestrahlt. Nach 7 Min.		23 St. nach der Bestrahlung		30 Min. bestrahlt. Nach 7 Min.		15 Min. nach der Bestrahlung		10 Tage nach der Bestrahlung
	−200 V. $t=20^0$		−200 V. $t=18{,}2^0$		−200 V. $t=18^0$		−200 V. $t=19{,}6^0$		−200 V. $t=18{,}4^0$		−200 V.		−200 V.
5″	−105		−52		−67		−40		−300		−130		−17
1′	− 65		−35		−40		−27		− 90		− 35		−13
3′	− 50		−30		−33		−27		− 55		− 22		−12

Die Unempfindlichkeit der Platte nach längerer Bestrahlung geht aus einem Vergleiche der Versuche (10—11) und (12—13) mit den entsprechenden (1—2) und (3—4) deutlich hervor.

Auch der Einfluß einer bloßen Temperaturerhöhung verschwindet nicht sofort nach der Zurückkehr auf die frühere Temperatur. Dagegen hat in einem Versuch eine Abkühlung die Leitfähigkeit nach wiederhergestellter Anfangstemperatur nicht vermindert.

Quarzplatte ⊥ zur Achse I.

	1	2	3	4	5
	5 Monate nach der letzten Bestrahlung	4 Stunden bei 65° C. Nach 10 Min.	45 Min. nach der Erwärmung	1,5 Stunden nach der Erwärmung	22 Stunden nach der Erwärmung
	−200 V. $t=19^0$	−200 V. $t=20^0$	−200 V. $t=19{,}8^0$	−200 V. $t=19{,}8^0$	−200 V. $t=19^0$
5″	−40	−110	−97	−78	−55
1′	−27	− 65	−55	−45	−35
5′	−23	− 36	—	—	−25

	6	7	8	9	10
	24 Stunden auf 22° abgekühlt. Nach 15 Min.	24 Stunden nach der Abkühlung	15 Stunden auf +40° erwärmt. Nach 5 Min.	3,5 Stunden auf 80° erhitzt. Nach 5 Min.	1 Stunde nach der Erwärmung
	−200 V. $t=19{,}2^0$	−200 V. $t=18^0$	−200 V. $t=18^0$	−200 V. $t=19^0$	−200 V. $t=19^0$
5″	−65	−50	−60	−95	−87
1′	−40	−33	−36	−60	−50
5′	−25	−23	−26	—	—

Bei parallel zur Hauptachse ausgeschnittenen Quarzplatten darf der Schutzring nur an der zum Elektrometer führenden Seite angebracht werden; der ganze übrige Teil der Platte und insbesondere die Seitenflächen müssen auf das sorgfältigste gereinigt werden. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, z. B. die Seitenflächen mit belegt und zur Erde abgeleitet, so erscheint im Elektrometer die entgegengesetzte Elektrizität, als die zur Ladung angewendete. Sind die Seitenflächen mit einer schwachen Oberflächenleitung behaftet, so wechselt das Vorzeichen der zuströmenden Elektrizität bisweilen bis zu 3 mal. Die von Curie[1]) gegebene Erklärung dieses merkwürdigen Verhaltens geht aus der Verschiedenheit der Leitfähigkeit ∥ und ⊥ zur Hauptachse aus: Eine Änderung des Potentials auf einer Belegung bindet auf der anderen

1) J. Curie, Ann. d. chim. et phys. **18.** p. 218.

eine ungleichnamige Elektrizitätsmenge, während die entsprechende gleichnamige im Elektrometer als Influenzelektrizität erscheint. Die Kraft- und Stromlinien gehen von der einen Belegung direkt zur anderen über, dann kehren die Stromlinien aber allmählich um, indem sie von der geladenen Belegung parallel der Hauptaxe (in der Richtung der großen Leitfähigkeit) zu den schmalen Seitenflächen und zur Erde zu gelangen suchen. Zugleich wird ein Teil der gebundenen ungleichnamigen Elektrizität frei und erscheint im Elektrometer. Sind dagegen die schmalen Seitenflächen sorgfältig gereinigt und isolierend, so bleibt der elektrischen Strömung nur der einzige Weg zu der zweiten Belegung offen und in der Tat erscheint dann im Elektrometer fortwährend die gleichnamige Elektrizität. Hier haben wir einen Fall, der dem Verhalten der Nachwirkung in bezug auf äußere Leitung analog ist.

Der Einfluß der Bestrahlung auf die Leitfähigkeit senkrecht zur Hauptaxe ist zwar auch noch deutlich, aber viel schwächer als für die Leitung ∥ zur Hauptaxe. Die nächste Tabelle bezieht sich auf eine senkrecht zur elektrischen Achse geschliffene Quarzplatte, die vom ultravioletten Licht noch niemals bestrahlt war. Die belegte Fläche hatte 3 cm² Inhalt, die Dicke war 0,7 mm.

Zeit	1	2	3	4
	Vor der Bestrahlung	2 Min. mit ultraviolett. Licht bestr. Nach 7 Min.	Nach 20 Min.	Nach 100 St.
	− 200 V. $t = 17^0$	− 200 V. $t = 17{,}2^0$	−200 V.	− 200 V. $t = 15^0$
5″	− 12	− 31	− 28	− 14
1′	− 3,5	− 7	− 5	—
5′	− 1,0	− 3	—	—

Nicht nachweisbar war der Einfluß auf die Leitfähigkeit der fast unempfindlich gewordenen „Piezoelektrischen Quarzplatte II“. Die Fläche war 4,5 cm²; die Dicke 0,62 mm. V = 200 Volt.

Zeit	1	2	3	4	5	6
	Vor der Bestrahlung	60 Min. m. ultraviol. Licht bestr. Nach 5 Min.	72 Stunden nach der Bestrahlung	2 Min. mit X-Strahlen bestrahlt. Nach 5 Min.	Auf 350° erhitzt	2 Min. mit ultraviolett. Licht bestr. Nach 5 Min.
5″	−155	−124	−160	−145	−142	−75?
1′	− 15	− 40	− 25	− 27	− 16	−15
2′	− 7	− 33	− 13	− 14	− 7	− 9
5′	− 3	− 27	− 5	− 6	− 2,5	− 4
10′	− 2	− 23	− 2,5	− 4	− 1,5	—
30′	− 1,8	− 15	− 2,5	− 3	− 0,8	± 0

Die Wirkung der Bestrahlung äußert sich in einer Verlangsamung der Abnahme der Stromstärke, ist aber jedenfalls von einer ganz anderen Größenordnung als für die Leitung ‖ zur Hauptaxe.

Über die Art, wie die Leitung im Quarz zustande kommt und durch Bestrahlung beeinflußt wird, können wir uns folgende Vorstellung bilden, die mit bisher bekannten Tatsachen im Einklang steht. Quarz leitet wenigstens in der Richtung der Achse elektrolytisch als eine feste Lösung. Die Leitfähigkeit hängt, wie auch bei flüssigen Lösungen, von der Konzentration, dem Dissoziationsgrad der gelösten Substanz und der inneren Reibung ab, die senkrecht zur Achse viel größer sein müßte. Jeder Temperatur entspricht ein bestimmter Dissoziationsgrad, der als ein dynamisches Gleichgewicht aufzufassen ist. Infolge der außerordentlich großen inneren Reibung geschieht eine Wiedervereinigung der dissoziierten Ionen nur äußerst langsam. Die in den Quarz eindringenden ionisierenden Strahlen erhöhen den Dissoziationsgrad bedeutend über den normalen Wert und vergrößern dadurch die Leitungsfähigkeit; ebenso wirkt eine Erhitzung: der Quarz behält nach Abkühlung auf gewöhnliche Temperatur noch eine Zeitlang den höheren Dissoziationsgrad. Eine Abkühlung auf tiefe Temperatur erschwert wegen Vergrößerung der inneren Reibung den Prozeß der Wiedervereinigung, so daß die Leitfähigkeit nach vielen Stunden noch nicht merklich vermindert wird. Die durch ultraviolettes Licht disso-

ziierten Moleküle vereinigen sich zu anderen nicht mehr dissoziierbaren, der Quarz wird unempfindlich.

Alle aus dem Verhalten der Nachwirkung auf die Leitfähigkeit gezogenen Schlüsse haben wir auf direktem Wege bestätigt gefunden. Das ist ein Zeichen dafür, daß unsere Auffassung der Nachwirkung in piezoelektrischen Quarzplatten, als einer elektrischen Deformation, richtig ist. Einen anderen Beweis sehen wir in der Tatsache, daß der beobachtete Betrag der Nachwirkung nie größer war, als der berechnete und in Fällen, wo die Nachwirkung erschöpft zu sein schien, die berechneten Werte auch nahezu erreichte. Einen dritten Beweis ferner in dem Einfluß einer äußeren Leitung, der direkt auf elektrische Vorgänge hinweist.

Wir dürfen somit die Zurückführung der Nachwirkung auf eine langsam verschwindende elektrische Deformation als bewiesen betrachten. Das schließt aber noch die Möglichkeit nicht aus, daß neben dieser auch eine kleine elastische Nachwirkung im gewöhnlichen Sinne vorhanden ist. Die obere Grenze für diese letztere ist die kleinste beobachtete Nachwirkung, d. h. 0,0004 der Deformation in der Zeit 1″—10′. Da die Piezoelektrizität bei der Biegung räumlich verteilt ist, und die spezifische innere Leitfähigkeit nicht soweit vergrößert werden kann, daß die Potentialdifferenzen sofort verschwinden, müssen wir uns hier mit der Feststellung dieser oberen Grenze für die rein elastische Nachwirkung begnügen. Der Grund dafür liegt aber lediglich in der kristallographischen Orientierung der untersuchten Quarzplatten, bei der piezoelektrische Vorgänge besonders wirksam sind. Wir haben jetzt Quarzplatten zu untersuchen, die bei der Biegung möglichst wenig elektrisiert werden.

Quarzplatte ⊥ zur Hauptachse.

Neben den piezoelektrischen Quarzplatten wurde zunächst eine mit ihrer Länge und Breite senkrecht zur optischen Achse orientierte Quarzplatte untersucht. Sie war von Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. H. bezogen, optisch homogen

und hatte folgende Dimensionen: Länge 74 mm, Breite 12 mm und Dicke 0,62 mm. Für eine Belastung mit $P = 57{,}1$ g bei einem Abstand der Schneiden von 70 mm berechnet sich der Biegungspfeil zu:

$$\eta = 12{,}73 \,.\, 10^{-8} \frac{57{,}1 \,.\, 70^3}{4 \,.\, 12 \,.\, 0{,}62^3} = 0{,}207 \text{ mm} = \text{ca. } 700 \text{ Streifen.}$$

Die adiabatische Temperaturänderung verschwindet noch rascher, als in piezoelektrischen Platten, da die dabei in Betracht kommende Wärmeleitung in der Richtung der Achse noch größer ist, als für piezoelektrische Platten, während die Dicke nicht wesentlich verschieden ist.

Bei der Biegung tritt elektrische Erregung in der Richtung der Nebenachse ein, aber viel schwächer, als bei den piezoelektrischen Platten. Der Betrag der durch diese Erregung hervorgerufenen Deformation ist $\eta' = 0{,}09$ Proz. der Deformation.

Für $\eta = 700$ folgt

$$\eta' = 0{,}0009 \,.\, 700 = 0{,}63 \text{ Streifen.}$$

Die an dieser Platte beobachtete Nachwirkung war sehr klein, sie übersteigt nicht 0,2—0,3 Streifen in 10 Min. Auch eine Bestrahlung mit Radium hat die Nachwirkung nicht merklich verändert. Sie blieb immer in den Grenzen 0,1 bis 0,3 Streifen. In folgender Tabelle ist eine Beobachtungsreihe zusammengestellt. Zwischen den Versuchen 4 und 5 wurde die Platte sorgfältig mit heißer Salpetersäure und Lauge gereinigt.

Von einer eingehenden Untersuchung dieser Platte wurde abgesehen, da sie eine Mittelstellung zwischen der maximalen elektrischen Deformation der piezoelektrischen Platten und dem vollständigen Fehlen dieser Deformation bei der sofort zu behandelnden Quarzplatte parallel zur Hauptachse einnimmt. Auch ist der Biegungspfeil und folglich auch die Empfindlichkeit bei dieser Platte verhältnismäßig gering. Eine elastische Nachwirkung ist aus den erwähnten Versuchen nicht festzustellen.

Quarzplatte ⊥ zur Achse.
Biegungspfeil 700 Streifen.

	1	2	3	4	5	6	7
Äußere Einflüsse	Nicht bestrahlt	Radium s. 2 Min.	Radium s. 1 St.	Radium s. 15 St.	Nicht bestr.	Nicht bestr.	Radium
Belast.-Dauer	2 St.	1 St.	1 St.	14 St.	1 St.	10 St	1 St.
Temp.	18,5°	18,5°			19°	18°	
1″	1,4	1,7	1,5	1,6	—	—	—
2″	—	1,6	1,5	—	1,4	—	—
5″	1,3	1,6	1,4	—	—	0,9	1,1
30″	1,2	1,5	1,3	1,4	1,2	0,8	1,2
60″	1,2	1,5	1,3	1,3	1,2	0,8	1,2
5′	1,1—1,2	1,5	1,3	1,3	1,2	0,8	1,2
10′	1,15	—	1,3	1,3	—	0,8	1,2
20′	—	—	1,3	—	—	0,8	1,2

Quarzplatte ∥ zur Hauptachse.

Um eine elektrische Deformation vollständig auszuschließen, wurde eine Quarzplatte untersucht, deren Hauptachse in die Längsrichtung und eine Nebenachse in die Breitenrichtung fällt. Die Theorie ergibt für die bei Biegung auftretenden elektrischen Momente

$$\alpha = \beta = \gamma = 0.$$

Demgemäß ist auch die sekundäre elektrische Deformation

$$z_2 = \frac{4\pi\,\delta_{32}{}^2}{1 + 4\pi\gamma_3} Z = 0.$$

Die thermische Deformation ist:

$$\eta' = \frac{s_{33} - \sigma_{33}}{s_{33}}\,\eta = \frac{0{,}0085}{9{,}71}\,\eta = 0{,}0009\,\eta.$$

Für $\eta = 3{,}000$ folgt

$$\eta' = 0{,}0009 \,.\, 3000 = 2{,}7 \text{ Streifen.}$$

Sie verschwindet aber aus den oben angegebenen Gründen, in einer unmeßbar kleinen Zeit.

Die von Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. Höhe bezogene Platte war 104 mm lang, 20 mm breit und 0,505 mm dick. Sie hat sich optisch als vollständig homogen erwiesen und war fast planparallel. Im Interferenzapparat erschien sie von drei geschlossenen, verwaschenen Kurven durchzogen.

Sekundäre Deformationen, wenigstens solche zweiter Ordnung, treten bei dieser Platte gar nicht auf, so daß die Beobachtung, soweit andere Fehlerquellen ausgeschlossen sind, über die elastische Nachwirkung Aufschluß geben muß. Die große Länge der Platte und ihre Dünnheit gestatten eine bedeutende Biegung bei nicht zu großen Spannungen. Trotzdem ist es bei dieser Platte auch bei größter Durchbiegung nicht gelungen, eine Nachwirkung mit Sicherheit nachzuweisen. Die Versuche erlauben bloß die Aufstellung einer oberen Grenze für die Nachwirkung, die weit unter der Nachwirkung aller bisher untersuchten amorphen Körper liegt. Im folgenden sind einige der zahlreichen Beobachtungen mitgeteilt.

Quarzplatte || zur Achse.

In Luft $G=57{,}1$ g $L=100$ mm		Im Wasser $G=57{,}1$ g $L=100$ mm		Im Wasser $G=107{,}1$ g $L=100$ mm		Im Wasser $G=107{,}1$ g $L=100$ g	
Belast.-Dauer	72 St.	24 Stunden		80 Stunden		90 Stunden	
Bieg.-Pfeil	$\eta=1{,}900$	$\eta=1{,}700$		$\eta=3{,}100$		$\eta=3{,}100$	
5″	0,8	1″	0,9	1″	0,5—0,6	5″	1,2
30″	0,8	20″	1,0	30″	0,6	30″	1,2
60″	0,8	60″	1,0	60″	0,6	60″	1,2
2′	0,8	2′	1,0	2′	0,6	2′	1,2
3′	0,8	3′	1,0	3′	0,6	5′	1,2
5′	0,8	5′	1,0	6′	0,6	10′	1,2
10′	0,8	10′	1,0	10′	0,6	15′	1,2
—	—	15′	1,0	15′	0,6	25′	1,2
—	—	20′	1,0	—	—	35′	1,2
—	—	60′	1,0	—	—	45′	1,2
—	—	8^h	1,0	—	—	1^h	1,2
—	—	10^h	0,95—1,0	—	—	10^h	1,1
—	—	11^h	1,0—1,05	—	—	—	—

Alle Versuche wurden bei einem guten thermischen Schutz und bei einer aus 0,1° C. konstanten Zimmertemperatur ausgeführt.

In allen Fällen, wo keine nachweisbare Fehlerquellen vorlagen, blieb die Nachwirkung innerhalb 0,1 Streifen. Auch durch keines der Mittel, die sich bei piezoelektrischen Platten als wirksam erwiesen, konnte die Nachwirkung dieser Platte vergrößert werden, wie z. B. folgende Tabellen zeigen.

Quarzplatte || zur Achse.

Biegungspfeil 1000 Streifen.

1		2		3		4	
Vor der Bestrahlung		1 Stunde mit Radium bestrahlt		4 Stunden bestrahlt		20 Stunden mit Radium bestrahlt	
2″	1,5	3″	1,4	3″	1,4	5″	1,2
5″	1,5	30″	1,3	60″	1,3	30″	1,2
30″	1,4	60″	1,3	5′	1,3	60″	1,2
60″	1,4	3′	1,3	20′	1,3	5′	1,2
2′	1,4	5′	1,3	30′	1,3	15′	1,2
5′	1,4	10′	1,3	1h	1,3	30′	1,2
10′	1,4	—	—	—	—	1h	1,2

1		2		3		4		
Reine Oberfläche nicht bestrahlt		Die Mitte mit Chlorcalcium bestrichen		Quecksilberbogenlampe in 50 cm Entf. Bestrahlt seit 3 Minuten		Vor der Entlast. 40 Min. mit *X*-Strahlen best. Während der Entlastung Bestrahlungszeit durch *X* angedeut.		
2″	0,0	3″	0,1	3″	0,7	2″	0,6—0,7	
5″	0,1	30″	0,2	30″	0,75	5″	0,7	*X*
60″	0,1	2′	0,2	60″	0,75	30″	0,7	*X*
5′	0,1	5′	0,2	3′	0,8	2′	0,7	*X*
20′	0,1	10′	0,2	5′	0,8	3′	0,75	
—	—	15′	0,15	—	—	7′	0,75	*X*
—	—	20′	0,1	—	—	10′	0,75	*X*
—	—	—	—	—	—	25′	0,75	*X*
—	—	—	—	—	—	27′	0,75	*X*
—	—	—	—	—	—	40′	0,75	

In allen mitgeteilten Versuchen liegt die Nachwirkung innerhalb der Fehlergrenzen, 0,1 Streifen; fügen wir noch 0,1 Streifen als einen möglichen Beobachtungsfehler hinzu, so dürfen wir den Schluß ziehen, daß die Nachwirkung in der Zeit von einer Sekunde nach der Deformation bis zu 1 oder sogar 10 Stunden nach einer 80 Stunden dauernden Biegung von 3000 Streifen kleiner ist, als 0,2 Streifen, d. h. kleiner als 0,00007 der Deformation.

Die Untersuchung der Biegungsnachwirkung des Quarzes hat somit zu einem negativen Resultat geführt, eine *elastische* Nachwirkung konnte auch nicht nachgewiesen werden.

Eine solche nachwirkungsfreie Platte könnte vielleicht auch eine Verwendung finden.

Um aber die Brauchbarkeit und den Genauigkeitsgrad der beschriebenen Methode für eine Untersuchung der elastischen Nachwirkung, falls diese wirklich vorhanden ist, zu zeigen, seien noch im folgenden einige Beobachtungen der Nachwirkung an verschiedenen Gläsern mitgeteilt.

Amorphe Körper.

Es war leider unmöglich zum Vergleich mit den Weidmannschen Resultaten[1]) eine von ihm untersuchte Glassorte zu verwenden. Statt dessen wurden zwei von der Firma Carl Zeiss als voraussichtlich nachwirkungsfrei gelieferten Glasplatten untersucht: das Glas Nr. 0102 (2610) und Nr. 2011. Außerdem wurden noch aus einer photographischen Platte zwei Glaslamellen aus gewöhnlichem Glase gewonnen.

1. Durch besonders kleine Nachwirkung zeichnete sich in der Tat das Glas Nr. 0102 aus. In der folgenden Tabelle sind einige Beobachtungen an dieser Platte zusammengestellt.

Das Verhältnis der Nachwirkung zu der Deformation ergibt sich aus diesen Versuchen als nahezu konstant. Bei Berücksichtigung der etwas tieferen Temperatur im letzten Versuche, folgt für dieses Verhältnis bei 19,2°

1) G. Weidmann, Wied. Ann. 29. p. 214—249. 1886.

$$\frac{\eta(3''-5)}{\eta} = \frac{1{,}15}{1650} - 0{,}00070\,; \qquad \frac{1{,}45}{2200} = 0{,}00066\,;$$

$$\frac{0{,}86}{1280} = 0{,}00067\,.$$

	In Luft	Im Wasser	In Luft
	Belast.-Dauer 24 St.	20 Stunden	20 Stunden
	Bieg.-Pfeil 1650 Str.	2200 Str.	1280 Str.
	19,2°	19,3°	18°
3″	0,2	0,3	0,05
30″	0,7	1,0	0,4
60″	0,9	1,05	0,55
2′	1,1	1,25	0,7
3′	1,2	1,4	0,75
5′	1,35	1,75	0,85
10′	1,7	—	—
Nachwirkung in der Zeit 3″—5′	1,15	1,45	0,8

Eine Bestrahlung mit ultraviolettem Licht einer Quecksilberbogenlampe bleibt ohne jeden Einfluß auf die Nachwirkung.

Zeit	Vor der Bestrahlung	Seit 5 Min. bestrahlt
3″	0,1	0,8
30″	0,45	1,2
60″	0,55	1,3
2′	0,65	1,4
3′	0,7	1,45
5′	0,8	1,5
3″—5′	0,7	0,7

2. Eine größere Nachwirkung besitzt das Glas 2011, wie aus der folgenden Tabelle zu ersehen ist.

1				2		3		4	
Belastungs-Dauer 15 Stunden $G = 37{,}1$ g $L = 100$ mm $\eta = 1700$ $t = 19{,}3^0$				Bel.-Dauer 15 Minuten $G = 57{,}1$ g $L = 70$ mm $\eta = 900$ $t = 18^0$		Bel.-Dauer 1 Stunde $G = 57{,}1$ g $L = 80$ mm $\eta = 1400$ $t = 19^0$		Bel.-Dauer 24 Stunden $G = 37{,}1$ g $L = 100$ mm $\eta = 1700$ $t = 17{,}5^0$	
3″	0,3	5′ 30″	8,0	5″	1,0	7″	1,2	3″	1,0
5,5″	1,0	6′	8,2	17″	2,0	16″	2,0	7,5″	2,0
12″	2,0	8′	9,0	60″	3,0	30″	3,0	16″	3,0
24″	3,0	10′	9,8	2′	3,7	58″	4,0	32″	4,0
50″	4,0	11′ 10″	10,0	2′ 45″	4,0	100″	5,0	65″	5,0
60″	4,3	15′	10,8	3′	4,1	2′	5,3	105″	6,0
90″	5,0	16′	11,0	5′	4,5	3′	6,1	2′	6,3
2′	5,7	20′	11,8	7′	4,7	4′ 30″	7,0	3′	7,0
2′ 25″	6,0	21′ 40″	12,0	10′	5,0	7′ 30″	8,0	4′ 15″	8,0
3′	6,5	25′	12,5	—	—	10′	8,3	5′	8,3
3′ 40″	7,0	30′	12,8	—	—	—	—	6′ 15″	9,0
4′	7,3	33′	13,0	—	—	—	—	7′	9,1
5′	7,8	—	—	—	—	—	—	10′	9,9

Das Verhältnis der Nachwirkung für das Zeitintervall 5″—10′ zu der Deformation ist in diesen vier Versuchen

$$\frac{\eta'(5''—10')}{\eta} = 0{,}0053;\quad 0{,}0045;\quad 0{,}0052;\quad 0{,}0049.$$

Reduzieren wir noch diese Werte auf die Temperatur von $19{,}0^0$ und berücksichtigen die kurze Belastungsdauer im Versuche 2, so folgt für dieses Verhältnis

$$\frac{\eta'(5''—10')}{\eta} = 0{,}00525;\quad 0{,}00515;\quad 0{,}0052;\quad 0{,}00515.$$

Die Nachwirkung bei verschiedener Belastungsdauer ist mit den aus dem Superpositionsprinzip berechneten Werten in folgender Tabelle zusammengestellt.

Die Übereinstimmung ist keine besonders gute. Aber auch die Superposition der Belastungs- und Entlastungsnachwirkung gilt nur in erster Annäherung.

Aus dem Vergleich beider letzten Versuche ergibt sich, daß die Nachwirkung durch Bestrahlung mit ultraviolettem Licht nicht verändert wird.

	1		2		3	4
	Belastungs-Dauer 15 Sekunden		Belastungs-Dauer 2 Minuten		Belast.-Dauer 48 Stund.	Queksilber-lampe seit 1 Stunde
	beob.	ber.	beob.	ber.		
3″	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5″	0,8	0,8	0,6	0,6	0,6	0,5
15″	1,3	1,3	1,5	1,6	1,8	1,6
30″	1,5	1,6	2,1	2,2	2,6	2,3
60″	1,6	1,65	2,7	2,9	3,6	3,2
2′	1,65	1,7	3,5	3,5	4,5	4,2
3′	—	—	3,75	3,7	5,1	4,8
5′	—	—	4,0	3,9	5,9	5,8
8′	—	—	—	—	6,7	6,7
10′	—	—	—	—	7,1	—

3. Noch viel größer war die Nachwirkung in zwei Platten aus gewöhnlichem Glas. Die Platten waren nicht planparallel: ihre Dicke variierte zwischen 0,61 und 0,67 mm; die Breite war 19 mm und Länge 105 mm.

Glas 1 $G=57{,}1$ g $L=80$ mm $\eta=600$ $t=16^0$		Glas 1 $G=57{,}1$ g $L=80$ mm $\eta=600$ $t=19^0$		Glas 2 (aus derselben Platte) $G=57{,}1$ g $L=80$ mm $\eta=600$ $t=19{,}5^0$		Belast.-Dauer 30 Min. ber.
1,3″	1,0	2′	1,0	2″	1,0	1,0
3,0″	2,0	4,5″	2,0	4,5″	2,0	2,0
6,5″	3,0	10″	3,0	10″	3,0	3,2
14″	4,0	23″	4,0	21″	4,0	4,2
29″	5,0	30″	4,3	44″	5,0	5,2
60″	6,0	50″	5,0	60″	5,5	5,7
2′	6,9	60″	5,25	1′ 25″	6,0	6,15
2′ 10″	7,0	1′ 45″	6,0	2′	6,45	6,6
3′	7,7	2′	6,2	3′	7,0	7,1
4′	8,1	3′	6,8	4′	7,4	7,4
5′	8,4	4′	7,2	5′	7,65	7,7
6′	8,65	5′	7,5	6′	7,8	7,9
7′	8,9	6′	7,8	7′	8,0	—
8′	9,0	7′	8,0	8′	8,2	—
10′	9,3	10′	8,45	10′	8,35	8,4
12′	9,6	15′	9,0	12′	8,5	—
15′	9,9	20′	9,4	15′	8,8	8,8
—	—	30′	9,9	25′	9,1	—
—	—	60′	10,75	30′	9,2	—
—	—	75′	11,0	45′	9,7	9,65

Die Beobachtungen lassen sich mit großer Annäherung in einer logarithmischen Kurve darstellen. Die Versuche 1 und 2 sind in den Kurven I, II Fig. 6 dargestellt, indem als Abszissenachse Logarithmen der Zeit angenommen sind; die Abweichungen einzelner Werte von einer geraden sind sehr

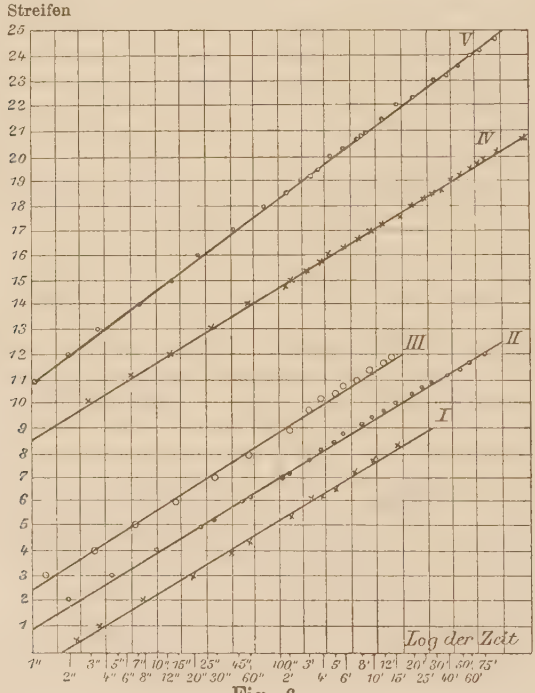

Fig. 6.

I. } $t = 16^0$
II. } Gewöhnliches Glas 1. $t = 19^0$ Biegungspfeil $\eta = 600$ Streifen.
III. } $t = 19{,}5^0$

IV. } Siegellack an der piezoelektrischen Quarzplatte I $\eta = 900$.
V. } $\eta = 1100$.

klein. Die Proportionalität mit der Deformation ist erfüllt. Der Einfluß der Belastungsdauer läßt sich mit einiger Annäherung aus der Superposition der Entlastungs- und als fortdauernd gedachter Belastungsnachwirkung bestimmen. Unter dieser Voraussetzung berechnete Zahlen sind neben den beobachteten in folgenden Tabellen zusammengestellt.

1			2		
Belastungs-Dauer 2 Sekunden			Belastungs-Dauer 15 Sekunden		
Zeit	beob.	ber.	Zeit	beob.	ber.
2″	0,8	0,85	2,5″	0,3	0,0
3″	1,0	0,0	6″	1,0	1,0
10″	1,5	1,5	22″	2,0	2,0
30″	1,7	1,65	30″	2,1	2,1
60″	1,7	1,7	60″	2,4	2,4
5′	1,7	1,75	2′	2,55	2,45
—	—	—	3′	2,6	2,55
—	—	—	5′	2,6	2,6

3			4		
Belastungs-Dauer 1 Minute			Belastungs-Dauer 5 Minuten		
Zeit	beob.	ber.	Zeit	beob.	ber.
2,2″	0,0	0,0	2″	0,0	0,3
4,5″	1,0	0,8	5″	1,0	0,9
10,5″	2,0	2,0	12″	2,0	2,0
30″	3,0	3,0	27″	3,0	3,0
60″	3,5	3,6	30″	3,1	3,2
2′	3,95	4,05	60″	3,9	4,0
3′	4,1	4,25	62″	4,0	4,1
5′	4,2	4,35	2′	4,7	4,8
10′	4,8	4,55	2′ 40″	5,0	5,05
—	—	—	3′	5,1	5,15
—	—	—	5′	5,5	5,5
—	—	—	10′	5,9	5,9
—	—	—	20′	6,3	6,2

Folgende zwei Versuche waren bei einer kleineren Belastung 20 + 7,1 g ausgeführt; der Biegungspfeil beträgt 0,48 des vorigen; unter Voraussetzung der Proportionalität wurden die in der zweiten Kolumne stehende Zahlen nach dem Superpositionsprinzip berechnet.

5			6		
Belast.-Dauer 5 Min. $\eta = 0{,}48\ \eta$			Belast.-Dauer 15 Min. $\eta = 0{,}48\ \eta$		
Zeit	beob.	ber.	Zeit	beob.	ber.
2″	0,8	0,8	2″	1,0	1,0
3″	1,0	1,1	12″	2,0	2,1
18″	2,0	2,2	30″	2,75	2,75
30″	2,4	2,5	50″	3,0	3,0
60″	2,9	2,9	60″	3,1	3,15
2′	2,25	3,3	2′	3,6	3,6
3′	3,5	3,55	3′	3,9	3,8
5′	3,75	3,7	5′	4,1	4,1

4. Endlich sollen noch Beobachtungen mitgeteilt werden, die an Quarzplatten mit angekittetem Häkchen (vgl. S. 23) ausgeführt wurden. Die beobachtete Nachwirkung war durch die Belastungsart und in erster Linie durch den als Kitt verwendeten Siegellack bedingt. Bei den ersten Kontrollversuchen blieb die Nachwirkung auch bei Anwendung einer Belastungsschneide unverändert; dabei blieb aber auch das Häkchen an der Platte und trotzdem die Belastung an einem anderen Ort angebracht war, übte es denselben hindernden Einfluß auf die Deformation aus. Nachdem es ganz entfernt wurde, ist die Nachwirkung verschwunden.

Die Nachwirkung im Siegellack zeigte trotzdem einen gesetzmäßigen Verlauf: sie folgte ganz genau dem einfachsten logarithmischen Gesetz; während drei Stunden lagen die Abweichungen innerhalb 0,1 Streifen. Die Geraden IV und V Fig. 6 drücken das Gesetz aus; wie man sieht, weicht die Beobachtung nur minimal ab. Weniger gut war die Proportionalität mit der Belastung, was wegen dem komplizierten Zusammenhang mit der Deformation des Siegellacks auch verständlich ist. Dagegen hat sich das Superpositionsprinzip vollständig bewährt.

In den folgenden Tabellen ist eine Beobachtungsreihe zusammengestellt, wobei die Zahlen der zweiten Columne aus der ganzen Vorgeschichte der Platte seit dem Anfang der Versuchsreihe berechnet sind. Vor dem Anfang war die Platte fünf Stunden entlastet.

Piezoelektrische Quarzplatte I. $G = 127{,}25$ g.

1				2			
Belastungs-Dauer 1 Minute				Belastungs-Dauer 2 Minuten			
Zeit	beob.	ber.	Diff.	Zeit	beob.	ber.	Diff.
9″	3,0	3,0	0,0	4″	1,0	1,0	0,0
17″	4,0	4,05	−0,05	8″	2,0	2,05	+0,05
42″	5,0	4,95	+0,05	16″	3,0	5,03	+0,03
1′	5,3	5,25	+0,05	32″	4,0	4,05	+0,05
2′	5,9	5,8	+0,15	60″	4,7	4,65	−0,05
3′	6,1	6,0	+0,10	2′	5,3	5,3	0,0
4′	6,2	6,1	+0,10	3′	5,5	5,7	+0,1
5′	6,25	6,2	+0,05	5′	5,95	6,0	+0,05

3				4			
Belastungs-Dauer 3 Minuten				Belastungs-Dauer 5 Minuten			
Zeit	beob.	ber.	Diff.	Zeit	beob.	ber.	Diff.
3,7″	1,0	1,0	0,0	2,5″	1,0	1,2	−0,2
7,0″	2,0	1,95	+0,05	4,6″	2,0	2,0	0,0
13,0″	3,0	2,95	+0,05	9,0″	3,0	3,0	0,0
25,0″	4,0	3,9	+0,1	17″	4,0	4,0	0,0
55″	5,0	4,95	+0,05	33″	5,0	4,95	+0,05
2′	5,9	5,7	+0,2	65″	6,0	5,9	+0,10
2′ 20″	6,0	5,9	+0,1	2′	6,7	6,7	±0,0
3′	6,2	6,1	+0,1	3′	7,05	7,0	+0,05
4′	6,35	6,3	+0,05	5′	7,45	7,5	−0,05
5′	6,5	6,45	+0,05	10′	8,0	8,1	−0,10
—	—	—	—	15′	8,25	8,35	−0,10
—	—	—	—	60′	9,0	9,05	−0,05

Das Superpositionsprinzip wurde noch auf eine andere Weise angewendet. Es wurde die Nachwirkung für eine langsame Entlastung in der Voraussetzung ermittelt, daß jedes Deformationselement ungehindert mit ihm entsprechender Nachwirkung weiter geht und den späteren Deformationselementen sich superponiert. Die Entlastung wurde dabei möglichst gleichmäßig und langsam (in 20 Sekunden) ausgeführt. Die Übereinstimmung mit der Rechnung ist eine vollkommene.

Belastungs-Dauer 7 Stunden			
Zeit	beob.	ber.	Diff.
5″	1,0	1,05	−0,05
16″	2,0	2,03	−0,03
36″	3,0	3,0	0,0
77″	4,0	4,05	−0,05
2′	4,7	4,7	0,0
2′ 30″	5,0	5,05	−0,05
3′	5,3	5,3	0,0
5′	6,0	6,1	−0,1

Die Versuche über die Nachwirkung in amorphen Körpern betrachten wir als einen Beweis für die Brauchbarkeit der Methode zu einer quantitativen Untersuchung der elastischen Nachwirkung.

In der folgenden Fig. 7 ist die Nachwirkung der genannten Gläser für einen primären Biegungspfeil von 1000 Streifen als Funktion der Zeit aufgetragen.

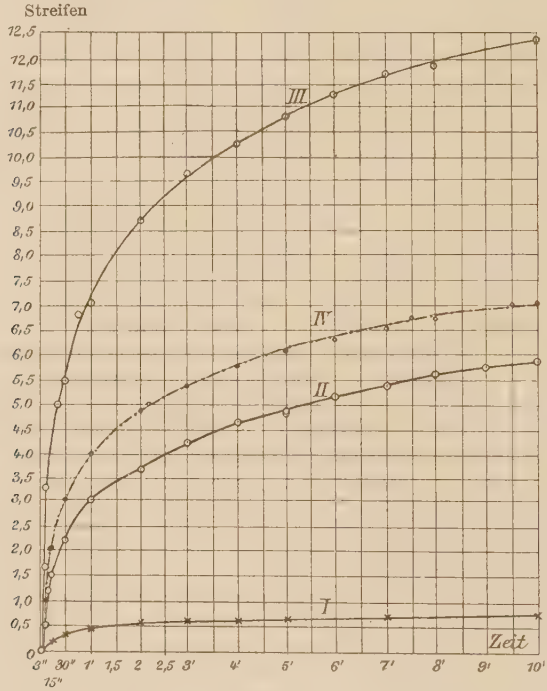

Fig. 7.

I. Glas 0102
II. Glas 2011
III. Gewöhnliches Glas
} Biegungspfeil 1000 Halbwellen.

IV. Siegellack an der piezoelektrischen Quarzplatte I. Biegungspfeil 900 Streifen.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Die elastische Biegungsnachwirkung im kristallinischen Quarz ist mit den angewandten Mitteln nicht nachweisbar. In Quarzplatten, die ohne elektrische Erregung deformiert werden, ist die Nachwirkung im Zeitintervall 1 Sekunde bis 1 Stunde nach einer vorhergehenden 80 Stunden andauernden Deformation, kleiner als 0,00007 des Biegungspfeiles, während sie im gewöhnlichen Glas mehr als 2 Proz. der Deformation erreicht.

2. Die zugleich mit Piezoelektrizität auftretende Deformationsnachwirkung ist eine sekundäre elektrische Deformation, die durch Verschwinden der Piezoelektrizität bedingt ist.

3. Der Verlauf dieser Nachwirkung wird durch Bestrahlung mit Radium-, *X*-Strahlen, ultraviolettem Licht und durch Temperaturerhöhung beschleunigt. Dieser Einfluß ist um so größer, je länger die Bestrahlung schon dauert. Auch nach dem Aufhören der Bestrahlung bleibt der Einfluß auf die Nachwirkung bestehen und verschwindet dann sehr langsam im Laufe der Zeit.

4. Nachdem dieser Einfluß verschwunden ist, ist aber die Empfindlichkeit gegen neue Bestrahlung vermindert. Die Empfindlichkeit kehrt nicht mehr zurück, weder im Laufe der Zeit von selbst, noch durch Erhitzung des Quarzes auf 350°.

5. Der Einfluß von Bestrahlung und Temperaturerhöhung besteht in einer Erhöhung der elektrischen Leitfähigkeit; er ist in der Richtung der Hauptachse größer, als senkrecht dazu.

6. Von den untersuchten Glassorten zeichnet sich das Glas 0102 (C. Zeiss) durch eine besonders kleine Nachwirkung aus, die 16 mal kleiner ist, als in einer Platte aus gewöhnlichem Glas.

7. Die *elastische* Nachwirkung wird durch Bestrahlung mit den genannten Strahlen nicht merklich beeinflußt.

München, Physik. Inst. d. Univ. d. 14. Februar 1905.

Lebenslauf.

Der Verfasser der vorliegenden Arbeit wurde am 30. Oktober 1880 in Romny (Rußland), als Sohn des Kaufmanns Theodor Joffe geboren. Er absolvierte das Realgymnasium in Romny und bezog 1897 die technische Hochschule in St. Petersburg, wo er 1902 das Diplomingenieur-Examen bestand. Seit dem Jahre 1902 widmete er sich dem Studium der Physik an der Universität in München.